

PERBEDAAN RATA-RATA

Contoh Data

- Kandungan nitrogen pada tanaman Red Clover (mg) yang diinkubasi dengan strain *Rhizobium trifolii* ditambah dengan gabungan dari 5 strain alfalfa, *Rhizobium meliloti*.

Perlakuan	Ulangan					Jumlah
	1	2	3	4	5	
3Dok1	19.4	32.6	27.0	32.1	33.0	144.1
3Dok13	14.3	14.4	11.8	11.6	14.2	66.3
3Dok4	17.0	19.4	9.1	11.9	15.8	73.2
3Dok5	17.7	24.8	27.9	25.2	24.3	119.9
3Dok7	20.7	21.0	20.5	18.8	18.6	99.6
Gabungan	17.3	19.4	19.1	16.9	20.8	93.5
Jumlah	106.4	131.6	115.4	116.5	126.7	596.6

Analisis Ragam

Sumber Ragam	DB	JK	KT	F-hit	F prob	F .05	F .01
Perlakuan (P)	5	847.047	169.409	14.37 **	0.000	2.621	3.895
Galat	24	282.928	11.789	-			
Total	29	1129.975					

- **H₀ ditolak**, artinya terdapat satu atau lebih dari rata-rata perlakuan yang berbeda dengan lainnya!
- Yang Manakah??
 - ▣ Uji Lanjut

Perlakuan (P)	Rataan Kand. N
3Dok1	28.82
3Dok5	23.98
3Dok4	14.64
3Dok7	19.92
3Dok13	13.26
Gabungan	18.70


Perbandingan rata-rata

- Perbandingan terencana (*Planned comparison*)
 - Telah direncanakan sebelum data (hasil percobaan) diperoleh, bersifat *a priori* (hipotesis berdasarkan kerangka teoritis)
 - Linear Contrasts (*Complex Comparisons*)
 - Scheffé's Test
 - Dunnet
 - Bonferroni
- Perbandingan tidak terencana (*Unplanned comparison*) – Post-Hoc test. Perbandingan berpasangan setelah data hasil percobaan diperoleh (*data driven*).
 - Perbandingan berpasangan (Pair-wise comparisons)
 - LSD (tidak disarankan)
 - Tukey (disarankan)
 - Multistage/Multi Range test: Perbandingan bertahap dari semua kombinasi pasangan rata-rata
 - SNK;
 - DMRT;
 - REGWQ/Ryan (disarankan apabila software pendukung tersedia)

Post Hoc...

- Perbandingan berganda (*Multiple Comparisons*):
 - **Tukey HSD**
 - **Scheffé**
 - LSD/BNT
 - Bonferroni
 - Sidak
 - **Gabriel**
 - Hochberg
- Perbandingan dengan kontrol
 - Dunnet
- Multiple Range Test (*Multi stage test*):
 - SNK (Student Newman Keul Test (SNK))
 - Duncan
 - **Tukey HSD**
 - Tukey B
 - **Scheffé**
 - **Gabriel**
 - **REGWQ** (Ryan, Einot, Gabriel and Welsh. Q = the studentized range statistic)
 - disarankan apabila software pendukung tersedia)

Perbandingan rata-rata

One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons 

Equal Variances Assumed

<input type="checkbox"/> <u>L</u> SD	<input type="checkbox"/> <u>S</u> -N-K	<input type="checkbox"/> <u>W</u> aller-Duncan
<input type="checkbox"/> <u>B</u> onferroni	<input type="checkbox"/> <u>T</u> ukey	Type I/Type II Error Ratio: <input type="text" value="100"/>
<input type="checkbox"/> <u>S</u> idak	<input type="checkbox"/> <u>T</u> ukey's-b	<input type="checkbox"/> <u>D</u> unnett
<input type="checkbox"/> <u>S</u> cheffe	<input type="checkbox"/> <u>D</u> uncan	Control Category: <input type="text" value="Last"/>
<input type="checkbox"/> <u>R</u> -E-G-W F	<input type="checkbox"/> <u>H</u> ochberg's GT2	- Test -
<input type="checkbox"/> <u>R</u> -E-G-W Q	<input type="checkbox"/> <u>G</u> abriel	<input checked="" type="radio"/> 2-sided <input type="radio"/> < Control <input type="radio"/> > Control

Equal Variances Not Assumed

<input type="checkbox"/> <u>T</u> amhane's T2	<input type="checkbox"/> <u>D</u> unnett's T3	<input type="checkbox"/> <u>G</u> ames-Howell	<input type="checkbox"/> <u>D</u> unnett's C
---	---	---	--

Significance level:



Perbandingan berpasangan

- Misalkan terdapat t rata-rata

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_t$$

- ▣ Dua rata-rata dinyatakan **berbeda** apabila **selisih perbedaannya lebih besar** dari **nilai pembandingan** [*yardstick/minimum difference significant (MSD)*]

Perlakuan (P)	Rataan Kand. N
3Dok1	28.82
3Dok5	23.98
3Dok4	14.64
...	...

Selisihnya, $|\mu_i - \mu_j|$
bandingkan dengan nilai
MSD



Perbandingan berpasangan

- Secara Umum:

$$MSD = \text{nilai tabel} * \text{Standar Error}$$

Nilai tabel: tergantung dari uji yang digunakan

$$\begin{aligned} LSD &= t_{\alpha/2, dfe} S_{\bar{Y}} \\ &= t_{\alpha/2, dfe} \sqrt{\frac{2KTG}{r}} ; \text{ jika } r_i = r_j = r \end{aligned}$$

Jika $|\mu_i - \mu_j| \begin{cases} > MSD & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq MSD & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$

Perbandingan Berpasangan

9

- Disini hanya akan didiskusikan pengujian rata-rata dengan menggunakan uji:
 - ▣ Fisher's LSD=BNT
 - ▣ Uji Tukey HSD
 - ▣ Duncan's Multiple Range Test
 - ▣ Uji Student-Newman-Keuls (SNK)
 - ▣ Uji Dunnet

10

Fisher's LSD=BNT

Fisher's LSD=BNT (Beda Nyata Terkecil)

- Metoda Fisher's LSD [Least Significant Difference] (1935):
 - Galat Baku: $S_y = \sqrt{2KTG/r}$
 - Uji LSD menyatakan μ_i dan μ_j berbeda pada taraf nyata α jika:
 $|\mu_i - \mu_j| > LSD$, dimana:

$$LSD = t_{\alpha/2, db} s_{\bar{y}}; \text{dimana } s_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2s^2}{r}} \text{ dan } s^2 = KTG$$

$$LSD = t_{\alpha/2, db} \sqrt{KTG \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)} = t_{\alpha/2, db} \sqrt{\frac{2KTG}{r}}; \text{ jika } r_i = r_j = r$$

$t_{\alpha/2, db}$ = Nilai t-student
 α = taraf nyata
db = dfe = derajat bebas galat

S_y = Galat Baku (Standar Error, SED)
KTG = Kuadrat Tengah Galat
 r = banyaknya ulangan (pengamatan)

Langkah Pengujian LSD

Langkah Pengujian LSD:

LSD:

- Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
- Tentukan nilai t-student.
- Hitung nilai LSD

Selisih Rata-rata:

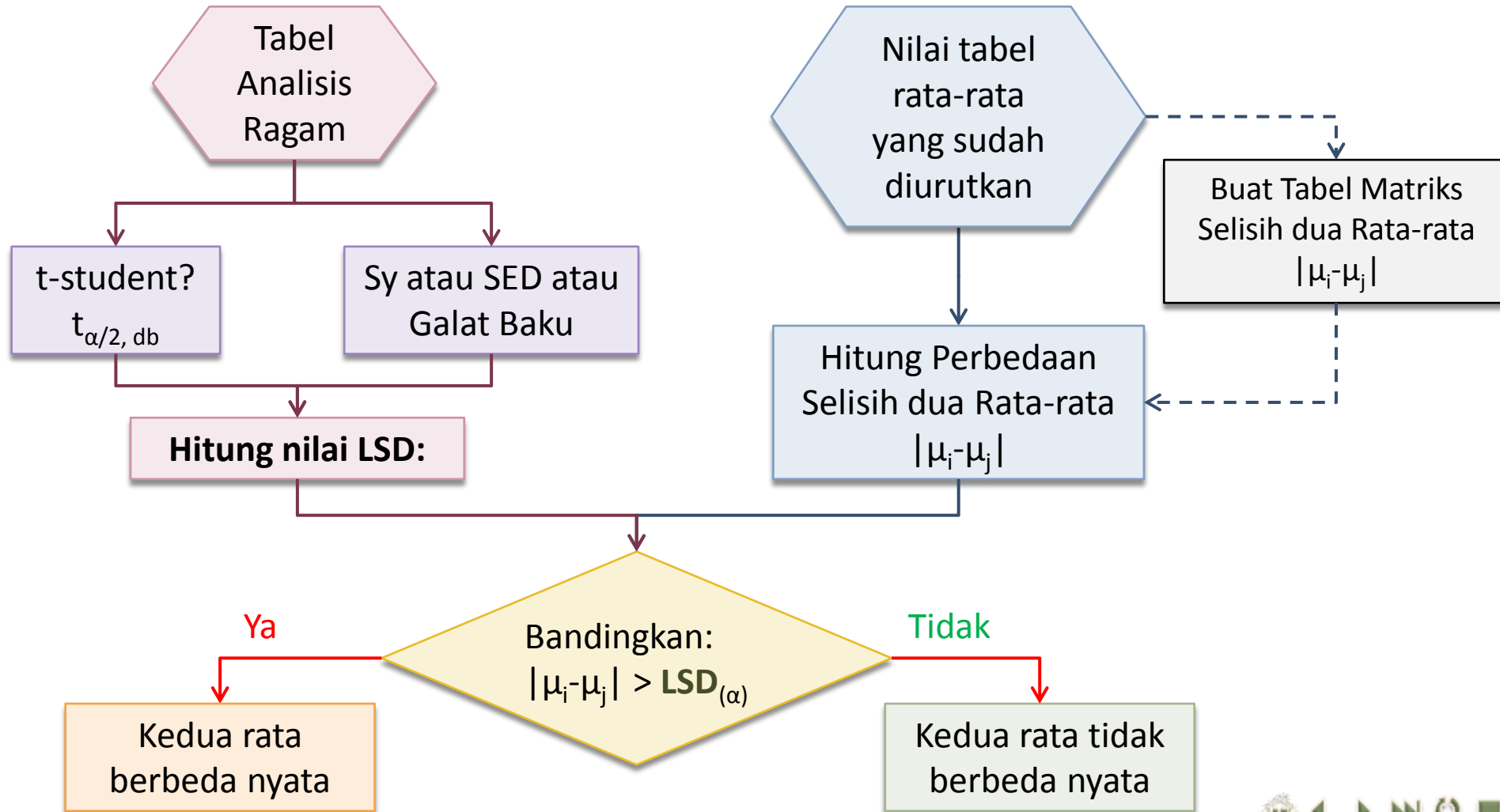
- Urutkan rata-rata perlakuan (urutan menaik/menurun)
- Buat tabel matriks selisih rata-rata diantara perlakuan

Kriteria Pengujian:

$$\text{Jika } |\mu_i - \mu_j| \begin{cases} > LSD & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq LSD & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$$

Alur Penguujian LSD

13



Perhitungan nilai LSD (langkah 1)

Sumber Ragam	DB	JK	KT	F-hit	F prob	F .05	F .01
Perlakuan (P)	5	847.047	169 409	14.37 **	0.000	2.621	3.895
Galat	24	282.928	11.789	-			
Total	29	1129.975					

Db Galat

KTG

❖ Hitung nilai LSD:

- Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
 - $KTG = 11.7887$
 - $db = 24$
 - $r = 5$

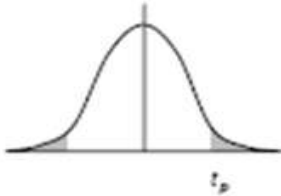
Perhitungan nilai LSD (langkah 2)

- Tentukan nilai t-student.
 - Ada dua parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai t-student, yaitu taraf nyata (α) dan derajat bebas galat (db).
 - Pada contoh ini, nilai **db = 24** (lihat db galat pada tabel Analisis Ragamnya) dan $\alpha = 0.05$. Selanjutnya, tentukan nilai $t_{(0.05/2, 24)}$.
 - Untuk mencari nilai $t_{(0.05/2, 24)}$ kita dapat melihatnya pada tabel Sebaran t-student pada taraf nyata 0.05 dengan derajat bebas 24. Perhatikan gambar pada halaman berikut untuk menentukan t-tabel.
 - Dari tabel diperoleh:
 - Nilai $t_{(0.05/2, 24)} = 2.064$

Menentukan nilai t-student (langkah 2)

Sebaran t-Student

Nilai persentil untuk distribusi t (dua arah)
v = dk
Bilangan dalam badan tabel menyatakan nilai t_p pada nilai $\alpha/2$



v	t												
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.707	31.821	63.657	636.619
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.355	2.998	3.499	5.408
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392					1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392					1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392					1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391					1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.257	0.391					1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391					1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.067	2.500	2.807	3.768
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.061	2.485	2.787	3.725

Nilai $t_{(0.05/2, 24)}$
= 2.064



Perhitungan nilai LSD (langkah 3)

Sumber Ragam	DB	JK	KT	F-hit	F prob	F .05	F .01
Perlakuan (P)	5	847.047	169.409	14.37 **	0.000	2.621	3.895
Galat	24	282.928	11.789	-			
Total	29	1129.975					

$$KTG = 11.79$$

$$\alpha = 0.05;$$

$$db = 24$$

$$t_{0.05} = 2.064$$

$$\begin{aligned} LSD_{0.05} &= t_{0.05} \times \sqrt{\frac{2KTG}{r}} \\ &= 2.064 \times \sqrt{\frac{2(11.79)}{5}} \\ &= 4.482 \text{ mg} \end{aligned}$$

MSD

Pengujian Perbedaan Rata-rata

18

No	Perlakuan	Rataan
1	3Dok1	28.82
2	3Dok5	23.98
3	3Dok4	14.64
4	3Dok7	19.92
5	3Dok13	13.26
6	Gabungan	18.70

nilai rata-rata diurutkan dari kecil ke besar (atau sebaliknya)

No	Perlakuan	Rataan
5	3Dok13	13.26
3	3Dok4	14.64
6	Gabungan	18.70
4	3Dok7	19.92
2	3Dok5	23.98
1	3Dok1	28.82

Buat Tabel Matriks Selisih Rata-rata perlakuan

No	Perlakuan	Rataan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notas
5	3Dok13	13.26	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
3	3Dok4	14.64	0.00	14.64					
6	Gabungan	18.70	0.00	0.00	18.70				
4	3Dok7	19.92				19.92			
2	3Dok5	23.98					23.98		
1	3Dok1	28.82						28.82	

$$28.82 - 13.26 = 15.56$$

$$18.70 - 14.64 = 4.06$$

$$13.26 - 13.26 = 0.00$$

$$18.70 - 13.26 = 5.44$$

Bandingkan: $|\mu_i - \mu_j| > \text{LSD}_{(\alpha)}$

Jika $|\mu_i - \mu_j| < \begin{cases} > 4.48 & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq 4.48 & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$



Pembandingan selisih rata-rata dengan nilai LSD

No	Perlakuan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
5	3Dok13	13.26	0.00 tn					
3	3Dok4	14.64	1.38 tn	0.00 tn				
6	Gabungan	18.70	5.44 *	4.06 tn	0.00 tn			
4	3Dok7	19.92	6.66 *	5.28 *	1.22 tn	0.00 tn		
2	3Dok5	23.98	10.72 *	9.34 *	5.28 *	4.06 tn	0.00 tn	
1	3Dok1	28.82	15.56 *	14.18 *	10.12 *	8.9 *	4.84 *	0.00 tn

$LSD_{0.05} = 4.482 \text{ mg}$

Berikan **tanda *** apabila:
Selisih rata-rata > LSD

*=berbeda nyata; tn = tidak berbeda nyata

No	Perlakuan	3Dok13
	Rataan	13.26
5	3Dok13	13.26
3	3Dok4	14.64
6	Gabungan	18.70
4	3Dok7	19.92
2	3Dok5	23.98
1	3Dok1	28.82

Pada kolom yang sama, berikan **garis vertikal** untuk nilai rata perlakuan yang diberi **simbol tn**

- Bandingkan selisih rata-rata dengan nilai pembandingan (LSD).
 - Berikan **tanda *** apabila: Selisih rata-rata > LSD
 - Pada kolom yang sama, berikan **garis vertikal** untuk nilai rata perlakuan yang diberi **simbol tn**
 - Garis tersebut menandakan bawa kedua rata-rata perlakuan tersebut tidak berbeda!



Selisih rata-rata vs nilai LSD

No	Perlakuan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
		a						
5	3Dok13	13.26	0.00 tn	b		a		
3	3Dok4	14.64	1.38 tn	0.00 tn	c		ab	
6	Gabungan	18.70	5.44 *	4.06 tn	0.00 tn	d		
4	3Dok7	19.92	6.66 *	5.28 *	1.22 tn	0.00 tn	cd	
2	3Dok5	23.98	10.72 *	9.34 *	5.28 *	4.06 tn	0.00 tn	e d
1	3Dok1	28.82	15.56 *	14.18 *	10.12 *	8.9 *	4.84 *	0.00 tn e

- Misalnya apabila kita membandingkan **3Dok13 vs rata-rata lainnya**:
- 3Dok13 vs 3Dok4
 - ▣ Karena selisihnya $1.38 \leq 4.48$ yang menunjukkan tidak ada perbedaan, maka kita berikan garis yang sama pada kedua rata-rata tersebut.
- 3Dok13 vs Gabungan:
 - ▣ Karena selisihnya $5.44 > 4.48 (*)$; stop! Garis yang sama tidak diberikan lagi. Lanjutkan dengan perbandingan 3Dok4 vs lainnya (kolom berikutnya)
- **Abaikan (buang) garis yang berwarna merah, karena garis tersebut sudah terwakili oleh garis sebelumnya, yang terdapat pada 3Dok7!**



Hasil pengujian LSD

No	Perlakuan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
5	3Dok13	13.26						a
3	3Dok4	14.64	1.38 tn					ab
6	Gabungan	18.70	5.44 *	4.06 tn				bc
4	3Dok7	19.92	6.66	5.28 *	1.22 tn			cd
2	3Dok5	23.98	10.72	9.34	5.28 *	4.06 tn		e d
1	3Dok1	28.82	15.56	14.18	10.12 *	8.9 *	4.84 *	e

Diurutkan kembali berdasarkan no urutan perlakuan semula

No	Perlakuan	Rataan	
1	3Dok1	28.82	e
2	3Dok5	23.98	d
3	3Dok4	14.64	ab
4	3Dok7	19.92	cd
5	3Dok13	13.26	a
6	Gabungan	18.70	bc

Keterangan:

angka yang diikuti huruf yang sama tidak berbeda nyata menurut uji LSD pada taraf nyata 5%.



Ulangan tidak sama

Perlakuan	r	Rataan
A	10	45.5
B	11	46.8
C	9	53.2
D	10	54.5

Sumber Ragam	db	JK	KT	F
Perlakuan	3	60	20	10
Galat	36	72	2	
Total	39	132		

$$KTG = 2$$

$$\alpha = 0.05; db = 36$$

$$t_{0.05} = 2.03$$

$$LSD = t_{0.05} \sqrt{KTG \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)}$$

$$= 2.03 \times \sqrt{2 \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{10} \right)}$$

$$= 1.25$$

Karena $|\mu_1 - \mu_2| = |45.5 - 46.8| = 1.3 > 1.25$, maka tolak H_0 yang berarti rata-rata perlakuan A berbeda nyata dengan rata-rata perlakuan B



Kapan Menggunakan LSD?

- Gunakan uji LSD apabila uji F dalam ANAVA signifikan
- Prosedur LSD akan mempertahankan taraf nyata ≤ 0.05 hanya jika perbandingan semua kombinasi pasangan nilai tengah perlakuan ≤ 3 perlakuan
- Gunakan uji LSD untuk perbandingan terencana tanpa memperhatikan banyaknya perlakuan

24

Uji Tukey HSD

Uji Tukey HSD

- **Uji Tukey** sering juga disebut dengan **uji beda nyata jujur** (BNJ), diperkenalkan oleh Tukey (1953)
- **Mirip dengan LSD**, mempunyai satu pembanding dan digunakan sebagai alternatif pengganti LSD apabila kita ingin menguji seluruh pasangan rata-rata perlakuan tanpa rencana
- Galat Baku: $S_y = \sqrt{KTG/r}$

Langkah pengujian HSD

- Langkah pengujian:
 - ▣ Urutkan rata-rata perlakuan (urutan menaik)
 - ▣ Tentukan nilai Tukey HSD (ω) dengan formula:

$$\omega = q_{\alpha(p,v)} \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

KTG = Kuadrat Tengah Galat

r = banyaknya ulangan

α = taraf nyata

p = banyaknya perlakuan = t

v = derajat bebas galat

$q_{\alpha(p,v)}$ = nilai kritis diperoleh dari tabel wilayah nyata student (*studentized range test*)

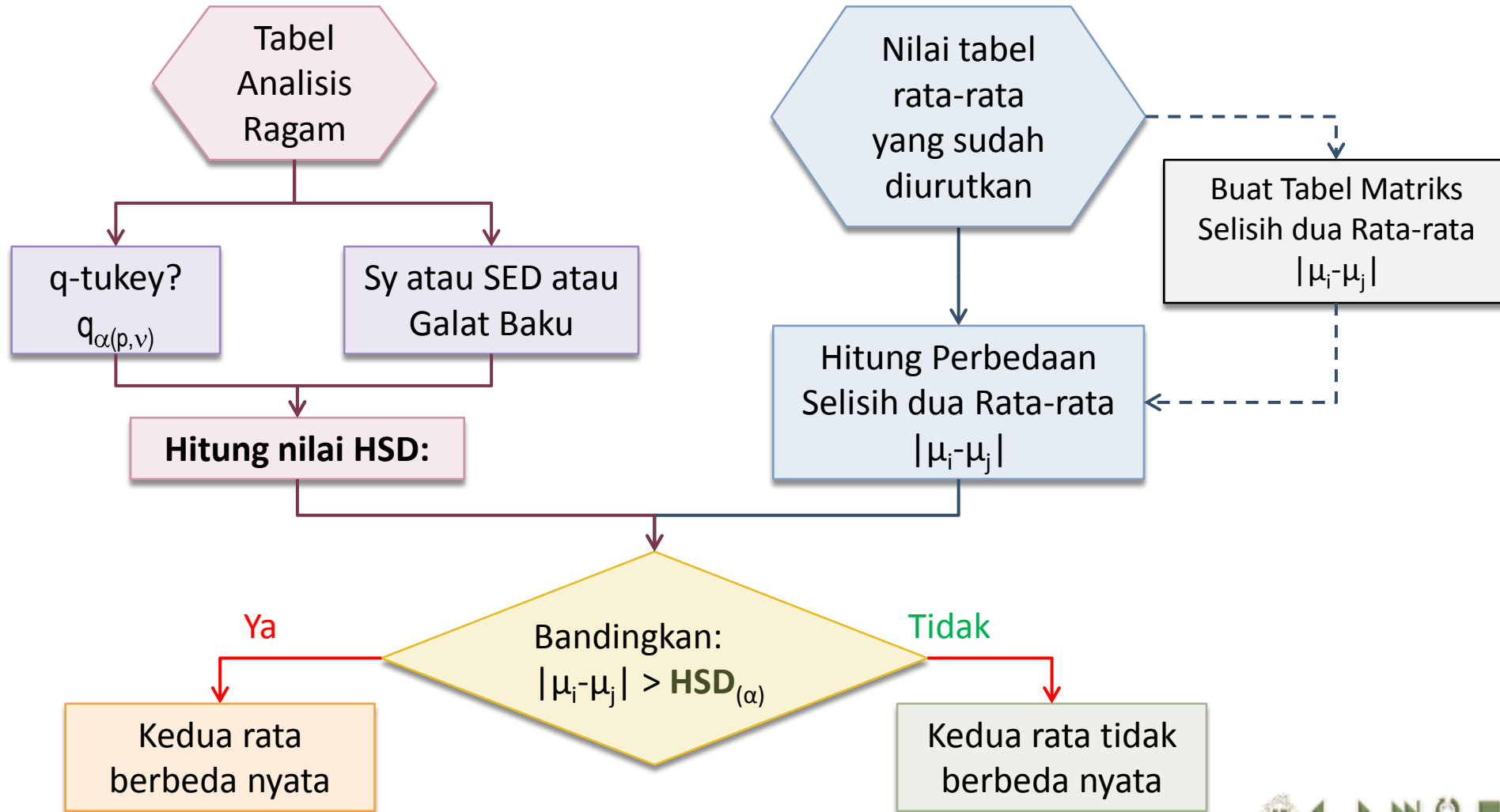
Langkah pengujian HSD

- Kriteria pengujian:
 - ▣ Bandingkan nilai mutlak selisih kedua rata-rata yang akan kita lihat perbedaannya dengan nilai HSD dengan kriteria pengujian sebagai berikut:

$$\text{Jika } |\mu_i - \mu_j| \begin{cases} > HSD & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq HSD & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$$

Alur Pengujian Tukey HSD

28



Perhitungan nilai HSD

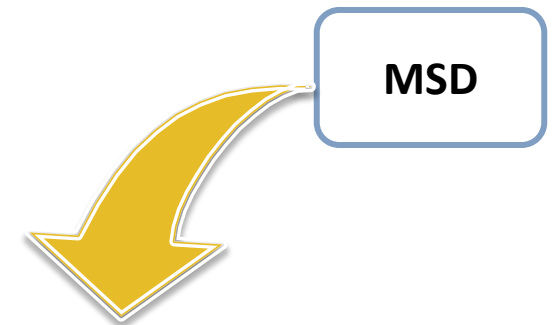
□ Hitung nilai HSD:

- Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.

- **KTG = 11.79**
- **db = 24**
- **r = 5**

- Tentukan nilai kritis dari tabel wilayah nyata student.

- Ada tiga parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai q, yaitu taraf nyata (α), p = banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan, dan derajat bebas galat (db).
- Pada contoh ini, **p = 6**, nilai **db = 24** (lihat db galat) dan **$\alpha = 0.05$** . Selanjutnya, tentukan nilai $q_{0.05(6, 24)}$.
- Dari tabel diperoleh: **Nilai $q_{0.05(6, 24)} = 4.37$**



$$\begin{aligned}\omega &= q_{\alpha(p,v)} \sqrt{\frac{KTG}{r}} \\ &= 4.37 \times \sqrt{\frac{11.79}{5}} \\ &= 6.71\end{aligned}$$

Menentukan nilai kritis dari tabel wilayah nyata studentized range.

Critical Points for the Studentized Range Statistic -- ALPHA = 0.05

$q_{0.05(p, v)}$

Derajat bebas (v)	2	3	4	5	6	7	8	9	...
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	
13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	
16	2.99	3.64	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	
17	2.97	3.61	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	
18	2.95	3.58	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	
19	2.94	3.56	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	
20	2.93	3.54	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	
24	2.92	3.53	3.94	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	
...	

Nilai $q_{0.05(6, 24)}$
= 4.37



Pembandingan selisih rata-rata dengan nilai HSD

$$HSD_{0.05} = 6.71 \text{ mg}$$

Jika $|\mu_i - \mu_j| < \begin{cases} > 6.71 & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq 6.71 & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$

No	Perlakuan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
5	3Dok13	13.26	0.00					a
3	3Dok4	14.64	1.38	0.00				a
6	Gabungan	18.70	5.44	4.06	0.00			ab
4	3Dok7	19.92	6.66	5.28	1.22	0.00		ab
2	3Dok5	23.98	10.72 *	9.34 *	5.28	4.06	0.00	bc
1	3Dok1	28.82	15.56 *	14.18 *	10.12 *	8.9 *	4.84	0.00 c

*=berbeda nyata



MULTIPLE RANGE TEST (DUNCAN, SNK)

33

Duncan's Multiple Range Test

Uji wilayah berganda Duncan

- Uji Duncan didasarkan pada sekumpulan nilai beda nyata yang ukurannya semakin besar, tergantung pada jarak di antara pangkat-pangkat dari dua nilai tengah yang dibandingkan
- Dapat **digunakan untuk** menguji perbedaan diantara **semua pasangan perlakuan** yang mungkin **tanpa memperhatikan jumlah perlakuan**

Langkah perhitungan

- Langkah perhitungan:
 - ▣ Urutkan nilai tengah perlakuan (biasanya urutan menaik)
 - ▣ Hitung wilayah nyata terpendek untuk wilayah dari berbagai nilai tengah dengan menggunakan formula berikut:

$$R_p = r_{\alpha,p,v} S_{\bar{Y}}$$
$$R_p = r_{\alpha,p,v} \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

Dimana:

KTG = Kuadrat Tengah Galat

r = ulangan

$r_{\alpha,p,v}$ = nilai wilayah nyata Duncan

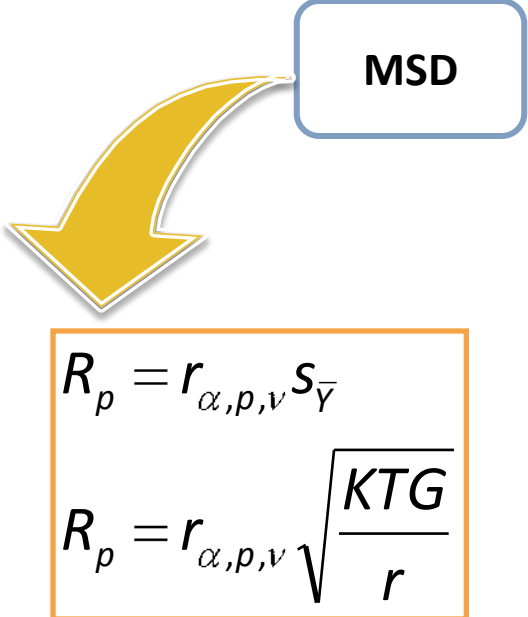
p = jarak (2, 3, ..t);

v = derajat bebas;

α = taraf nyata

Perhitungan nilai Rp

- Hitung wilayah nyata terpendek (Rp):
 - Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
 - KTG = 11.79
 - db = 24
 - r = 5
 - Tentukan nilai kritis dari tabel wilayah nyata student (*significant studentized range, SSR*).
 - Ada tiga parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai $r_{(\alpha, p, v)}$, yaitu taraf nyata (α), p = banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan, dan derajat bebas galat (db).
 - Pada contoh ini, **p = 2, 3, 4, 5, 6**, nilai **db = 24** (lihat db galat pada tabel Analisis Ragamnya) dan **$\alpha = 0.05$** . Selanjutnya, tentukan nilai $q_{0.05(6, 24)}$.



MSD

$$R_p = r_{\alpha, p, v} S_{\bar{y}}$$
$$R_p = r_{\alpha, p, v} \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

Penentuan nilai tabel wilayah nyata duncan

Critical Points for Duncan's Multiple Range Statistic -- ALPHA = 0.05

$q_{0.05(p, v)}$

derajat bebas (v)	p						...	20
	2	3	4	5	6	7	...	20
1	18.00	18.00	18.00	18.00	18.00	18.00	...	18.00
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	...	6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	...	4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	...	4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	...	3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	...	3.68
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.58	3.58	...	3.58
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.52	3.52	...	3.52
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.47	3.47	...	3.47
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.43	3.43	...	3.43
...								
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	...	3.47
22	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.32	...	3.47
24	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31	...	3.47
26	2.91	3.06	3.14	3.21	3.37	3.30	...	3.47
28	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30	...	3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	...	3.47

Nilai $r_{0.05(p, 24)}$
 $p = 2 : r_{0.05(2, 24)} = 2.92$
 $p = 3 : r_{0.05(3, 24)} = 3.07$
 ...
 $p = 6 : r_{0.05(6, 24)} = 3.28$

Untuk mencari nilai $r_{0.05(6, 24)}$ kita dapat melihatnya pada tabel **Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test** pada taraf nyata $\alpha = 0.05$ dengan $p = 2, 3, 4, 5, 6$ dan derajat bebas (v)= 24.



Perhitungan wilayah nyata terpendek (Rp)

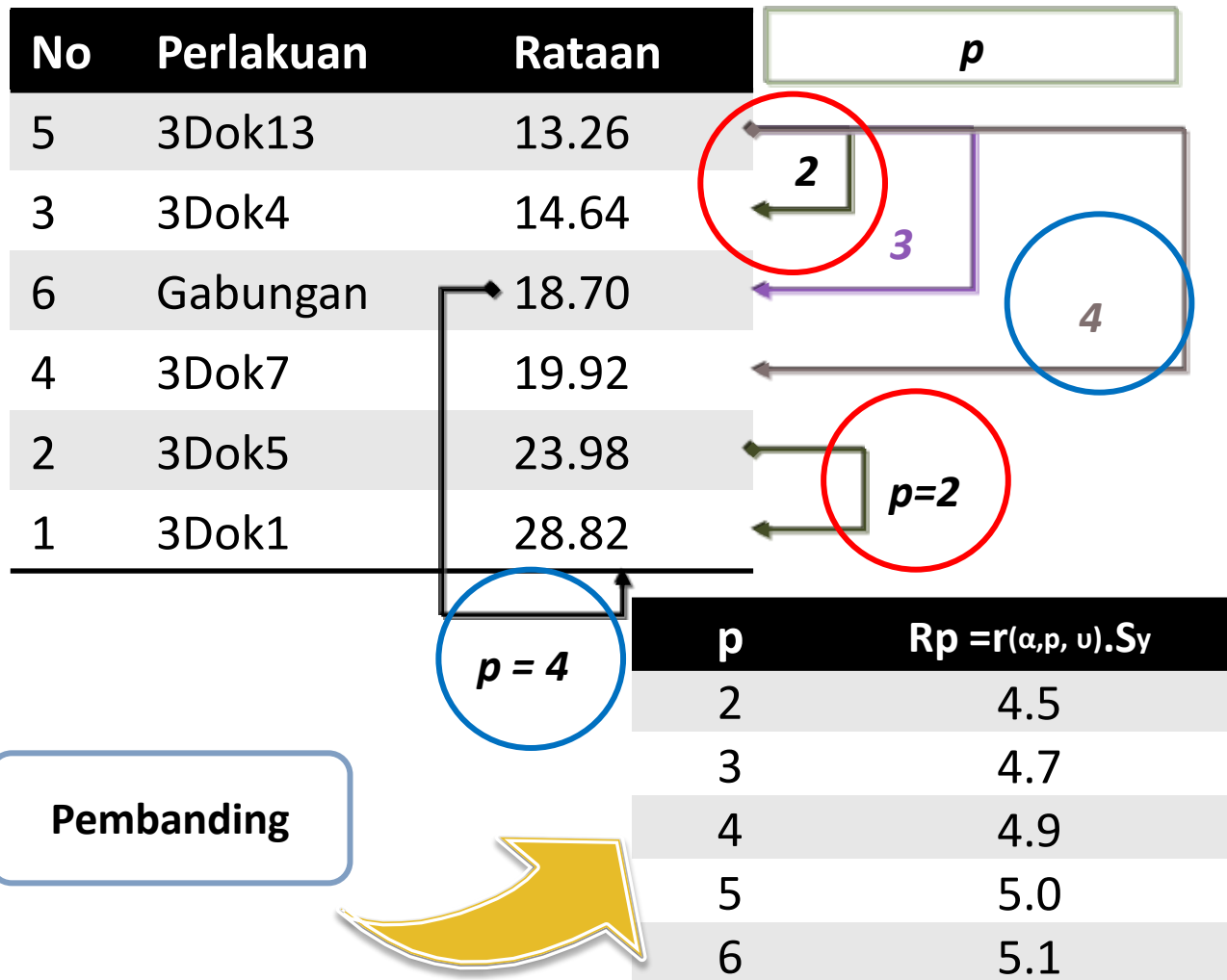
$$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{y}}$$

$$R_p = r_{\alpha,p,v} \sqrt{\frac{KTG}{r}} = r_{\alpha,p,v} \sqrt{\frac{11.79}{5}}$$
$$= r_{\alpha,p,v} (1.536)$$

p	r(α,p, u)	Rp = r(α,p, u) · (1.536)
2	2.9	4.5
3	3.1	4.7
4	3.2	4.9
5	3.2	5.0
6	3.3	5.1

MSD

Pembandingan dengan peringkat yang sesuai



- p = jarak peringkat antara satu nilai rata-rata dengan rata-rata lainnya setelah rata-rata tersebut diurutkan
- Misal:
 - $p = 2$, berarti jarak dengan 1 nilai rata-rata berikutnya (bertetangga)
 - $p = 3$, berarti jarak dengan 2 nilai rata-rata berikutnya
 - $p = t$, berarti jarak dengan $(t-1)$ nilai rata-rata berikutnya

Pembandingan dengan peringkat yang sesuai

No	Perlakuan	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	Notasi
5	3Dok13	13.26	0.00					
3	3Dok4	14.64	1.38 ⁽²⁾	0.00				
6	Gabungan	18.70	5.44 ⁽³⁾	4.06 ⁽²⁾	0.00			
4	3Dok7	19.92	6.66 ⁽⁴⁾	5.28 ⁽³⁾	1.22 ⁽²⁾	0.00		
2	3Dok5	23.98	10.72 ⁽⁵⁾	9.34 ⁽⁴⁾	5.28 ⁽³⁾	4.06 ⁽²⁾	0.00	
1	3Dok1	28.82	15.56 ⁽⁶⁾	14.18 ⁽⁵⁾	10.12 ⁽⁴⁾	8.9 ⁽³⁾	4.84 ⁽²⁾	
								p
								Rp
								2
								3
								4
								5
								6

Superscript ^(x) = p

Bandingkan selisih rata-rata perlakuan dengan nilai Rp yang sesuai

Misal:

Untuk jarak/peringkat 2, bandingkan dengan Rp 2 = 4.5

1.38, 4.06, 1.22, 4.08, 4.84 vs Rp2 = 4.5

Untuk jarak/peringkat 5, bandingkan dengan Rp 5 = 5.0

10.72, 14.18 vs Rp5 = 5.0



Pembandingan selisih rata-rata dengan nilai Rp

p	Rp
2	4.5
3	4.7
4	4.9
5	5.0
6	5.1

Bandingkan selisih rata-rata perlakuan dengan nilai Rp yang sesuai (**Warna yang sesuai**)

Misal:

Untuk jarak/peringkat 2, bandingkan dengan Rp 2 = 4.5
1.38, 4.06, 1.22, 4.08, 4.84 bandingkan dengan Rp2 = 4.5

No	Perlakuan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
	Rataan	13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
5	3Dok13	13.26	0.00 tn					a
3	3Dok4	14.64	1.38 tn	0.00 tn				ab
6	Gabungan	18.70	5.44 *	4.06 tn	0.00 tn			bc
4	3Dok7	19.92	6.66 *	5.28 *	1.22 tn	0.00 tn		cd
2	3Dok5	23.98	10.72 *	9.34 *	5.28 *	4.06 tn	0.00 tn	e d
1	3Dok1	28.82	15.56 *	14.18 *	10.12 *	8.9 *	4.84 *	0.00 tn e

* = berbeda nyata

3Dok4 vs 3Dok5 (berbeda nyata)

p = 4 → Rp = 4.9 → (9.34) > (Rp4 = 4.9) → *



42

Uji Student-Newman-Keuls (SNK)

Uji Student-Newman-Keuls (SNK)

- Mirip dengan DMRT
- Langkah perhitungan:
 - ▣ Urutkan nilai tengah perlakuan (biasanya urutan menaik)
 - ▣ Hitung wilayah nyata terpendek untuk wilayah dari berbagai nilai tengah dengan menggunakan formula berikut:

$$W_p = w_{\alpha, p, v} S_{\bar{Y}}$$
$$W_p = w_{\alpha, p, v} \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

Dimana:

KTG = Kuadrat Tengah Galat

r = ulangan

$q_{\alpha, p, v}$ = nilai wilayah nyata dari student

p = jarak (2, 3, ..t);

v = derajat bebas;

α = taraf nyata

Penghitungan nilai W_p

- Hitung wilayah nyata terpendek (W_p) dari berbagai nilai tengah:
 - Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
 - $KTG = 11.79$
 - $db = 24$
 - $r = 5$
 - Tentukan nilai kritis dari tabel wilayah nyata student (*upper percentage points of the studentized range*).
 - Ada tiga parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai w_p , yaitu taraf nyata (α), p = banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan, dan derajat bebas galat (db).
 - Pada contoh ini, $p = 2, 3, 4, 5, 6$, nilai $db = 24$ (lihat db galat pada tabel Analisis Ragamnya) dan $\alpha = 0.05$. Selanjutnya, tentukan nilai $w_{0.05(p, 24)}$.



MSD

$$W_p = w_{\alpha, p, v} S_{\bar{Y}}$$
$$W_p = w_{\alpha, p, v} \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

Tabel nilai kritis untuk SNK

Critical Points for the Studentized Range Statistic -- ALPHA = 0.05

$w_{0.05(p, v)}$

Derajat bebas (v)	p						7	8	9	...
	2	3	4	5	6					
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80		
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32		
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00		
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77		
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59		
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46		
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35		
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27		
13	3.06	3.73	4.15	4.45						
14	3.03	3.70	4.11	4.41						
15	3.01	3.67	4.08	4.37						
16	3.00	3.65	4.05	4.33						
17	2.98	3.63	4.02	4.30						
18	2.97	3.61	4.00	4.28						
19	2.96	3.59	3.98	4.25						
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90		
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81		
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72		

Nilai $w_{0.05(p, 24)}$
 $p = 2 : w_{0.05(2, 24)} = 2.92$
 $p = 3 : w_{0.05(3, 24)} = 3.53$
 ...
 $p = 6 : w_{0.05(6, 24)} = 4.37$


Untuk mencari nilai $w_{0.05(p, 24)}$ kita dapat melihatnya pada tabel yang sama dengan tabel untuk uji Tukey (tabel Sebaran studentized range), yaitu nilai w_p pada taraf nyata $\alpha = 0.05$ dengan $p = 1, 2, \dots, 6$ dan derajat bebas (v) = 24. Perhatikan gambar untuk menentukan w -tabel.



Penghitungan wilayah nyata terpendek (W_p)

$$W_p = q_{\alpha,p,v} s_{\bar{Y}}$$

$$W_p = q_{\alpha,p,v} \sqrt{\frac{KTG}{r}} = q_{\alpha,p,v} \sqrt{\frac{11.79}{5}}$$
$$= q_{\alpha,p,v} (1.536)$$



p	$q(\alpha,p,u)$	$W_p = q(\alpha,p,u) \cdot (1.536)$
2	2.92	4.50
3	3.53	5.43
4	3.90	6.00
5	4.17	6.42
6	4.37	6.72

MSD



Pembandingan selisih rataan dengan nilai Wp

p	Wp
2	4.50
3	5.43
4	6.00
5	6.42
6	6.72

No	Perlakuan	Rataan	3Dok13	3Dok4	Gabungan	3Dok7	3Dok5	3Dok1	Notasi
			13.26	14.64	18.7	19.92	23.98	28.82	
			a						
5	3Dok13	13.26	0	b					a
3	3Dok4	14.64	1.38 ^{(2) tn}	0	c				ab
6	Gabungan	18.70	5.44 ^{(3) *}	4.06 ^{(2) tn}	0				bc
4	3Dok7	19.92	6.66 ^{(4) *}	5.28 ^{(3) tn}	1.22 ^{(2) tn}	0			bc
2	3Dok5	23.98	10.72 ^{(5) *}	9.34 ^{(4) *}	5.28 ^{(3) tn}	4.06 ^{(2) tn}	0		d c
1	3Dok1	28.82	15.56 ^{(6) *}	14.18 ^{(5) *}	10.12 ^{(4) *}	8.9 ^{(3) *}	4.84 ^{(2) *}	0	d

*=berbeda nyata



PEMBANDINGAN DENGAN KONTROL (DUNNET)

Uji Dunnet

- Pada beberapa kasus percobaan tertentu, mungkin kita hanya tertarik pada perbandingan antara kontrol dengan perlakuan lainnya.
 - Misalnya, membandingkan suatu varietas lokal atau bahan kimia standar dengan yang baru.
- Dunnet mengembangkan uji ini dan mempopulerkannya pada tahun 1955.
 - Uji Dunnet mempertahankan MEER pada level yang tidak lebih dari taraf nyata yang ditentukan, misal $\alpha = 0.05$.
 - Pada metode ini, hanya membutuhkan satu nilai pembanding yang digunakan untuk membandingkan antara kontrol dengan perlakuan lainnya.
 - Formulanya mirip dengan LSD, namun pada uji ini, nilai t yang digunakan bukan t-student yang digunakan pada uji LSD.
 - Dunnet menggunakan tabel t tersendiri, yang biasanya terlampir pada buku-buku perancangan percobaan.

$$DLSD = t^*_{\alpha/2(p, dfe)} \cdot s_{\bar{y}}; \text{dimana } s_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2KTG}{r}}$$

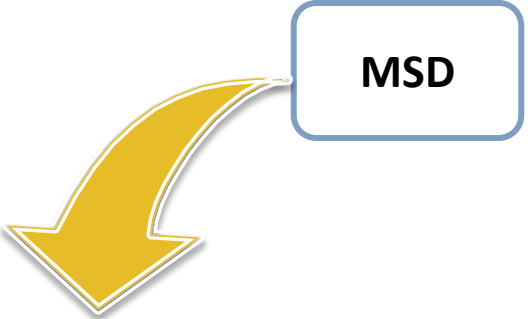
Apabila jumlahulangantidak sama:

$$DLSD = t^*_{\alpha/2(p, dfe)} \sqrt{KTG \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)}$$



Penghitungan nilai t'

- Hitung wilayah nyata terpendek (Wp) dari berbagai nilai tengah:
 - Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
 - KTG = 11.79
 - db = 24
 - r = 4
 - Tentukan nilai kritis t' Dunnett.
 - Ada tiga parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai t-Dunnett, yaitu taraf nyata (α), banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan, tidak termasuk kontrol (p), dan derajat bebas galat (db). Pada contoh ini, nilai db = 24 (lihat db galat pada tabel Analisis Ragamnya), $p = t-1 = 6-1 = 5$, dan $\alpha = 0.05$. Selanjutnya, tentukan nilai $t^*_{(0.05/2, 24)}$.



MSD

$$\begin{aligned} DLSD &= t^*_{0.05/2;5;24} \sqrt{\frac{2KTG}{r}} \\ &= 2.70 \times \sqrt{\frac{2(11.79)}{5}} \\ &= 5.86 \text{ mg} \end{aligned}$$

Menentukan nilai kritis t' Dunnet

Table of $t^*_{0.05/2}(p,v)$ untuk pengujian dua arah antara t-1 perlakuan dengan kontrol pada taraf kepercayaan 0.95.

(Source: Dunnett, C. W. (1964). Biometrics, 20, 482–491.)

v	p = banyaknya perlakuan, tidak termasuk kontrol					
	1	2	3	4	5	6
5	2.57	3.03	3.29	3.48	3.62	3.73
6	2.45	2.86	3.10	3.26	3.39	3.49
7	2.36	2.75	2.97	3.12	3.24	3.33
8	2.31	2.67	2.88	3.02	3.13	3.22
9	2.26	2.61	2.81	2.95	3.05	3.14
10	2.23	2.57	2.76	2.89	2.99	3.07
...						
15	2.18	2.44	2.64	2.73	2.82	2.89
16				2.71	2.80	2.87
17				2.69	2.78	2.85
18				2.68	2.76	2.83
19	2.09	2.39	2.55	2.66	2.75	2.81
20	2.09	2.38	2.54	2.65	2.73	2.80
24	2.06	2.35	2.51	2.61	2.70	2.76
30	2.04	2.32	2.47	2.58	2.66	2.72
40	2.02	2.29	2.44	2.54	2.62	2.68
60	2.00	2.27	2.41	2.51	2.58	2.64

**Nilai $t^*_{(0.05/2, 5, 24)}$
= 2.70**

Untuk mencari nilai $t^*_{(0.05/2, 24)}$ kita dapat melihatnya pada tabel Sebaran t-Dunnet pada taraf nyata 0.05 dengan derajat bebas 24, dan $p = 5$. Perhatikan gambar berikut untuk menentukan t-Dunnet.



Pembandingan selisih rata-rata dengan DLSD

$$DLSD_{0.05} = 5.86 \text{ mg}$$

Jika $|\mu_{kontrol} - \mu_j|$ $\begin{cases} > 5.86 & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq 5.86 & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$

Perlakuan (kontrol)	Perlakuan (j)	$ \mu_{kontrol} - \mu_j $		DLSD	Notasi
Gabungan ["a"]	3Dok13	5.44 tn	≤	5.86	a
	3Dok4	4.06 tn	≤	5.86	a
	3Dok7	1.22 tn	≤	5.86	a
	3Dok5	5.28 tn	≤	5.86	a
	3Dok1	10.12 *	>	5.86	b

*=berbeda nyata.

Jika tn berikan notasi huruf "a" dan huruf "b" apabila berbeda

Hanya perlakuan 3Dok1 yang berbeda dengan Gabungan.



PENYAJIAN DATA

Penyajian data lainnya: Contoh LSD...

No	Perlakuan	Rataan	1	2	3	4	5	Notasi
5	3Dok13	13.26	13.26					a
3	3Dok4	14.64	14.64	14.64				ab
6	Gabungan	18.70		18.70	18.70			bc
4	3Dok7	19.92			19.92	19.92		cd
2	3Dok5	23.98				23.98		d
1	3Dok1	28.82					28.82	e

No	Perlakuan	Rataan	
1	3Dok1	28.82	e
2	3Dok5	23.98	d
3	3Dok4	14.64	ab
4	3Dok7	19.92	cd
5	3Dok13	13.26	a
6	Gabungan	18.70	bc



Keterangan:

angka yang diikuti huruf yang sama pada satu kolom tidak berbeda nyata pada taraf nyata 5% menurut uji LSD

Penyajian data lainnya: Contoh LSD

Dalam Selisih perbedaan nilai rata-rata perlakuan:

Perlakuan	Rataan	28.82	23.98	14.64	19.92	13.26	18.7
3Dok1	28.82		4.84	14.18	8.9	15.56	10.12
3Dok5	23.98	4.84		9.34	4.06	10.72	5.28
3Dok4	14.64	14.18	9.34		5.28	1.38	4.06
3Dok7	19.92	8.9	4.06	5.28		6.66	1.22
3Dok13	13.26	15.56	10.72	1.38	6.66		5.44
Gabungan	18.7	10.12	5.28	4.06	1.22	5.44	

Dalam bentuk peluang

Perlakuan	Rataan	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}
3Dok1	28.82		0.035	0.000	0.000	0.000	0.000
3Dok5	23.98	0.035		0.000	0.074	0.000	0.023
3Dok4	14.64	0.000	0.000		0.023	0.531	0.074
3Dok7	19.92	0.000	0.074	0.023		0.005	0.579
3Dok13	13.26	0.000	0.000	0.531	0.005		0.019
Gabungan	18.7	0.000	0.023	0.074	0.579	0.019	

Warna merah: artinya kedua perlakuan tersebut **berbeda nyata**



Penyajian data lainnya: Contoh LSD...

Jika $|\mu_i - \mu_j| \begin{cases} > LSD & \text{Tolak } H_0 \text{ (Berbeda nyata)} \\ \leq LSD & \text{Terima } H_0 \text{ (tidak berbeda nyata)} \end{cases}$

Perlakuan (i)	Perlakuan (j)	$\mu_i - \mu_j$		LSD
3Dok1	3Dok13	15.560*	>	4.482
	3Dok4	14.180*	>	4.482
	3Dok5	4.840*	>	4.482
	3Dok7	8.900*	>	4.482
	Gabungan	10.120*	>	4.482
			
Gabungan	3Dok4	4.060	<	4.482
	3Dok5	-5.280*	>	4.482
	3Dok7	-1.220	<	4.482

$$LSD_{0.05} = 4.482 \text{ mg}$$

*=berbeda nyata



Ringkasan Semua Uji Lanjut

No	Perlakuan	Scott-Knott
5	3Dok13	a
3	3Dok4	a
6	Gabungan	b
4	3Dok7	b
2	3Dok5	c
1	3Dok1	d

No	Perlakuan	Rataan	LSD	Tukey HSD	Duncan	SNK	Dunnet
5	3Dok13	13.26	a	a	a	a	a
3	3Dok4	14.64	ab	a	ab	ab	a
6	Gabungan	18.70	bc	ab	bc	bc	a
4	3Dok7	19.92	cd	ab	cd	bc	a
2	3Dok5	23.98	d	bc	d	c	a
1	3Dok1	28.82	e	c	e	d	b

No	Perlakuan	Rataan	Scheffe test	Bonferroni	Hochberg	Gabriel	Bonferroni	REGWQ
5	3Dok13	13.26	a	a	a	a	a	a
3	3Dok4	14.64	a	a	a	a	a	ab
6	Gabungan	18.70	ab	ab	ab	ab	ab	abc
4	3Dok7	19.92	ab	ab	ab	ab	ab	bc
2	3Dok5	23.98	bc	bc	bc	bc	bc	cd
1	3Dok1	28.82	c	c	c	c	c	d

