

Percobaan Faktorial

Perancangan Percobaan

Pendahuluan

2

- Pengertian dasar
 - ▣ Faktor
 - ▣ Taraf
 - ▣ Perlakuan (Treatment)
 - ▣ Respons
- Layout Percobaan & Pengacakan
- Penyusunan Data
- Analisis Ragam
- Perbandingan Rataan



Pengertian dasar

3

- **Faktor: Variabel Bebas (X)** yaitu variabel yang di kontrol oleh peneliti
 - ▣ Misalnya: varietas, pupuk, jenis kompos, suhu, biofertilizer, jenis tanah, dsb.
 - ▣ Biasanya disimbolkan dengan huruf kapital, misal Faktor Varietas disimbolkan dengan huruf V.
- **Taraf/Level:**
 - ▣ Faktor terdiri dari beberapa taraf/level
 - ▣ Biasanya disimbolkan dengan huruf kecil yang dikombinasikan dengan subscript angka.
 - misal 3 taraf dari Faktor Varietas adalah: v_1, v_2, v_3

Faktor	Banyaknya Taraf	Taraf			
Varietas (V)	Jenis: 3 taraf	IR-64 (v_1)	Cisadane (v_2)	S-969 (v_3)	
Pupuk Nitrogen (N)	Dosis: 3 taraf	0 (n_1)	100 (n_2)	200 (n_3)	
Pupuk Organik (O)	Jenis: 4 taraf	Pupuk Kandang Ayam (o_1)	Pupuk Kandang Sapi (o_2)	Pupuk Kandang Domba (o_3)	Kompos (o_4)



Pengertian dasar

4

- **Perlakuan**: merupakan taraf dari Faktor atau kombinasi taraf dari faktor.
 - Untuk Faktor Tunggal:
 - Perlakuan = Taraf Faktor
 - Misal: v_1, v_2, v_3
 - Apabila > 1 Faktor:
 - Perlakuan = Kombinasi dari masing-masing taraf Faktor
 - Misal: $v_1n_0; v_1n_1; \text{dst}$

Pengertian dasar

5

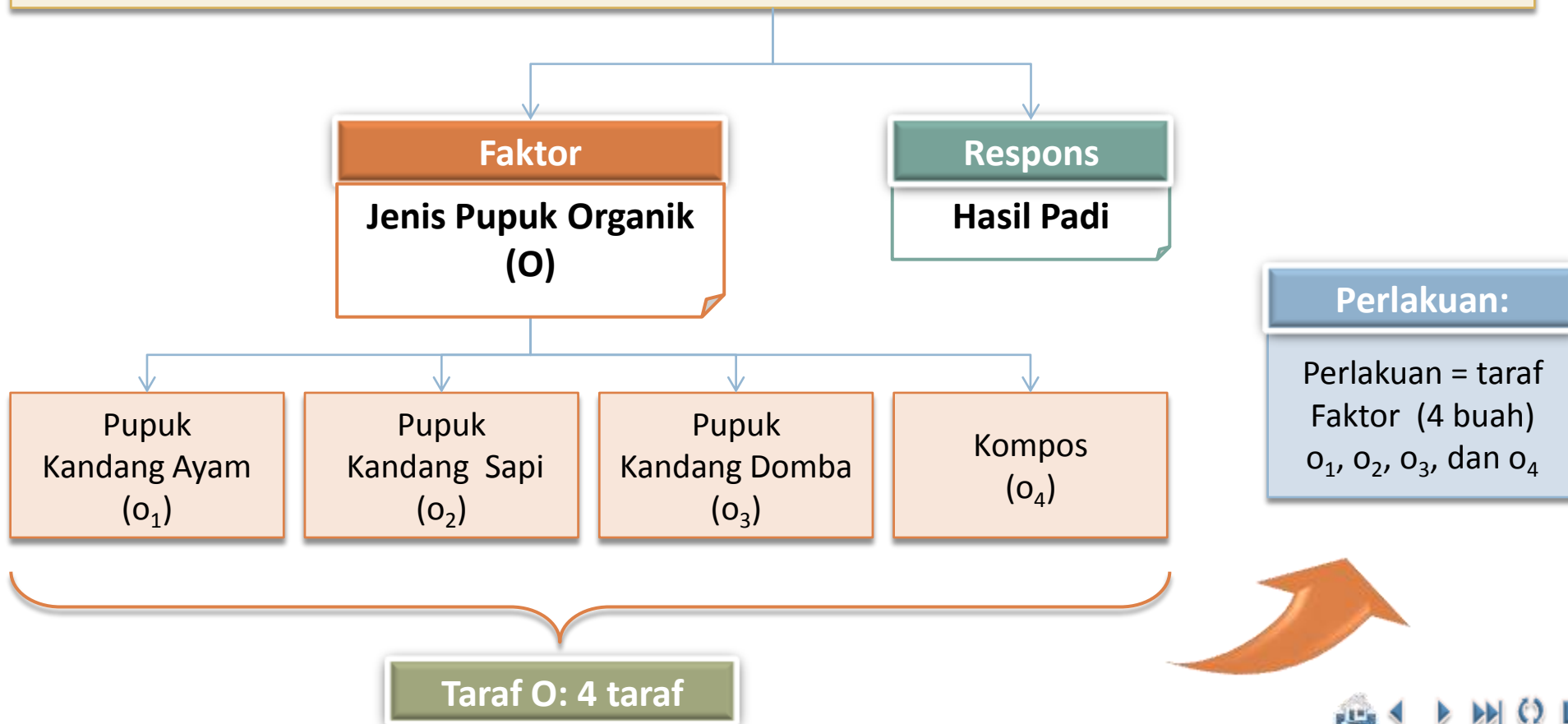
- **Respons:** Variabel tak bebas (Y) yaitu:
 - ▣ variabel yang merupakan sifat atau parameter dari satuan percobaan yang akan diteliti
 - ▣ sejumlah gejala atau respons yang muncul karena adanya peubah bebas.
 - ▣ misalnya: Hasil, serapan nitrogen, P-tersedia, pH dsb.



Contoh Kasus Faktor Tunggal

6

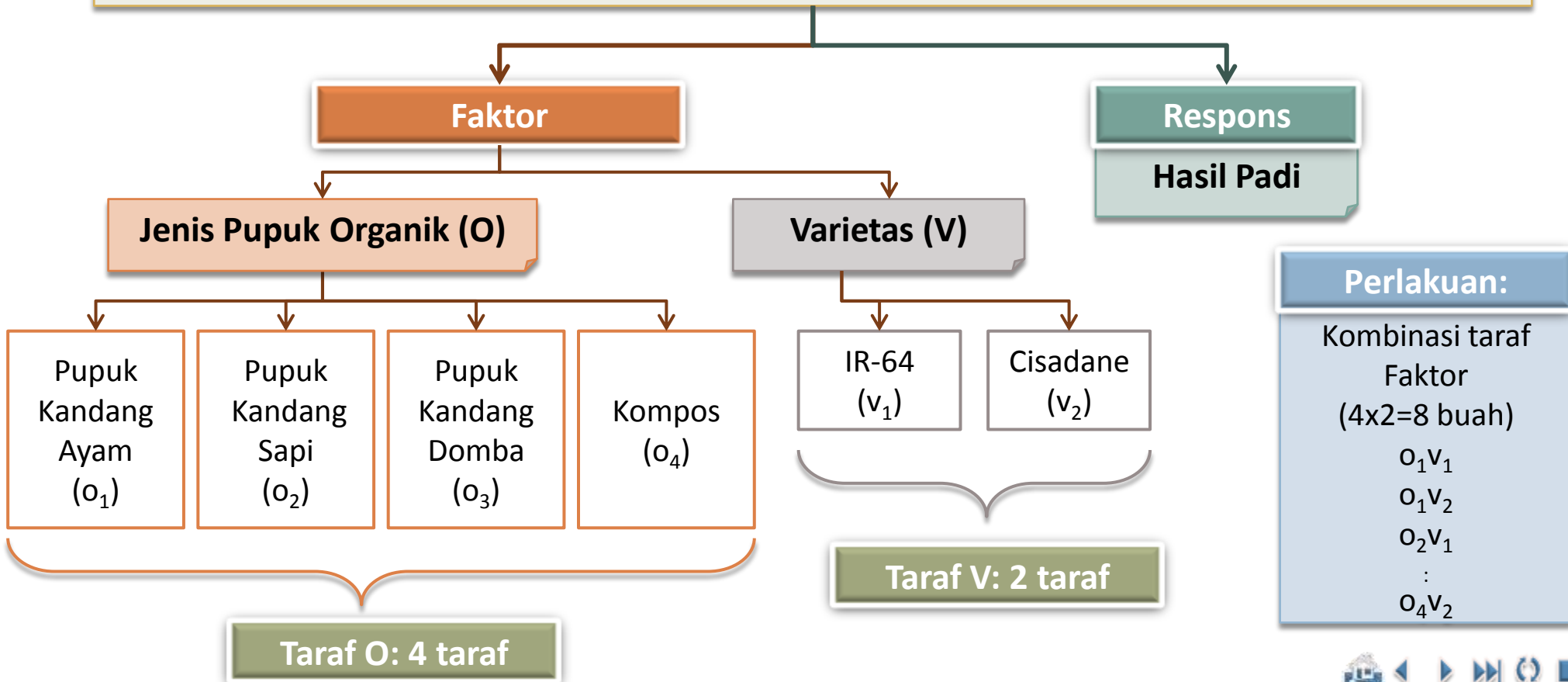
Contoh Kasus Penelitian:
Perbedaan **hasil padi** akibat diberikan **jenis pupuk organik** yang berbeda.



Contoh Kasus Faktorial

7

Perbedaan hasil padi akibat diberikan jenis pupuk organik dan Varietas yang berbeda.



Faktor Tunggal vs Faktorial

8

- Misal ada **tiga percobaan faktor tunggal** untuk mengetahui perbedaan hasil padi akibat pemberian dosis pupuk N yang berbeda dengan menggunakan rancangan dasar RAK
 - Percobaan #1:
 - Dosis Pemupukan Nitrogen (tanpa diberi pupuk P):
 - 0, 150, 300 kg/ha
 - Percobaan #2:
 - Dosis Pemupukan Nitrogen (pupuk dasar P = 50 kg/ha):
 - 0, 150, 300 kg/ha
 - Percobaan #3:
 - Dosis Pemupukan Nitrogen (pupuk dasar P = 100 kg/ha)
 - 0, 150, 300 kg/ha

- Percobaan di atas merupakan Percobaan Faktor Tunggal, **perlakuannya adalah 3 dosis pemupukan** (0, 150, 300 kg/ha) yang dicoba pada berbagai pupuk dasar P.
Terdapat tiga kali percobaan



Faktor Tunggal vs Faktorial

9

Percobaan ke-:	Nitrogen (N)		
	0	150	300
Percobaan #1: 0 kg P/ha	4.0	6.0	5.5
Percobaan #2: 50 kg P/ha	4.5	6.5	6.0
Percobaan #3: 100 kg P/ha	5.0	7.0	7.2

- ❖ **Kesimpulan** yang bisa diambil **bersifat parsial**, hanya berlaku terhadap dosis pemupukan Nitrogen pada penggunaan pupuk dasar P tertentu.
 - Peneliti 1: menyimpulkan hasil padi tertinggi (6.0 ton) diperoleh pada dosis 150 kg N/ha,
 - Peneliti 2: menyimpulkan hasil padi tertinggi (6.50 ton) diperoleh pada dosis 150 kg N/ha,
 - Peneliti 3: menyimpulkan hasil padi tertinggi (7.2 ton) diperoleh pada dosis 300 kg N/ha,
- **Bagaimana apabila kita ingin memilih kombinasi pemupukan N dan P yang terbaik??**
- **Pada dosis berapakah N dan P yang memberikan hasil padi tertinggi??**

**Percobaan
Faktorial**



Faktorial

10

- Apabila kita melakukan percobaan dengan menggunakan **lebih dari satu Faktor**, kita namakan dengan percobaan **Faktorial**
- **Faktorial**: bukan **Rancangan** melainkan **susunan perlakuan**

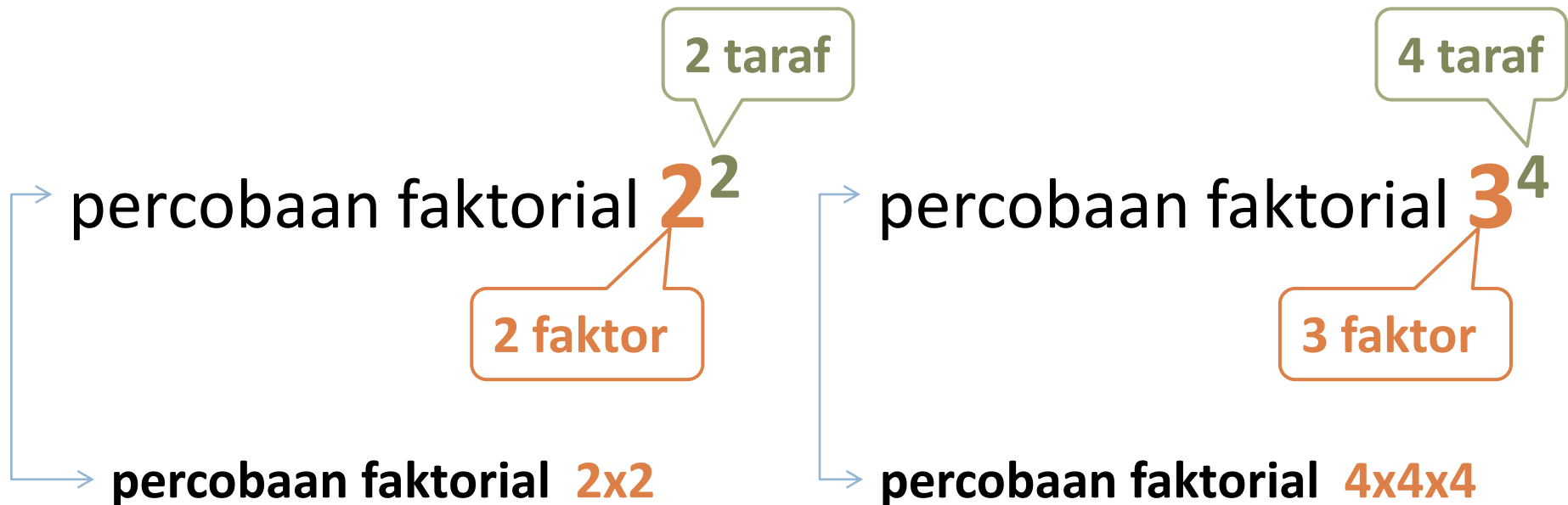
Percobaan faktorial adalah suatu percobaan yang perlakuannya terdiri atas semua kemungkinan kombinasi taraf dari beberapa faktor.



Faktorial

11

- Percobaan dengan menggunakan f buah faktor dengan t taraf untuk setiap faktornya disimbolkan dengan percobaan faktorial f^t .



Percobaan Faktorial

12

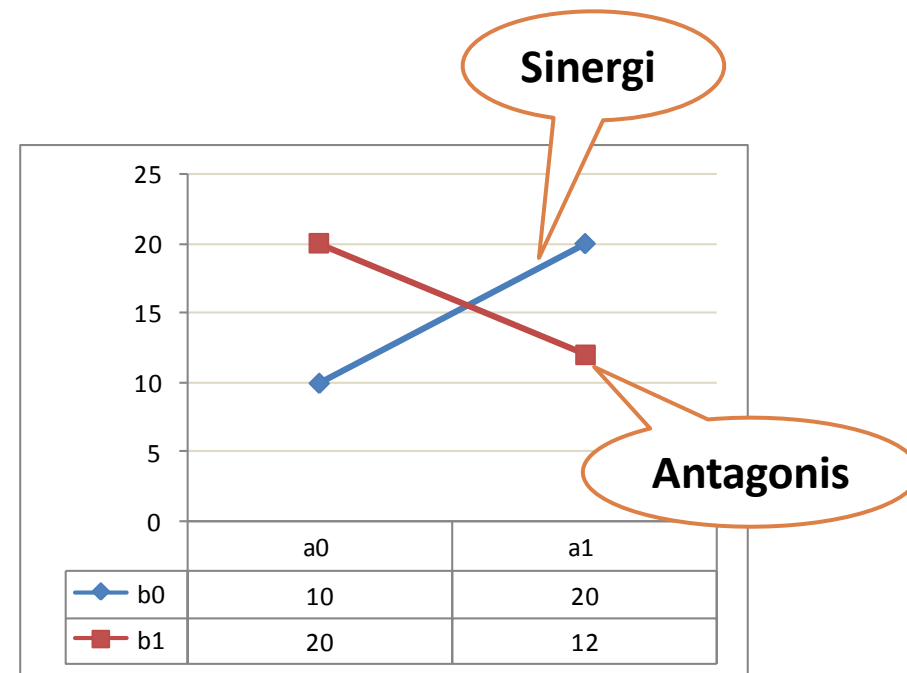
- Percobaan faktorial 2^2 juga sering ditulis dalam bentuk percobaan faktorial 2×2 .
- Penyimbolan percobaan faktorial $m \times n$ sering digunakan untuk percobaan faktorial dimana taraf dari masing-masing faktornya berbeda
 - ▣ Percobaan faktorial 2×3 : artinya percobaan faktorial yang terdiri dari 2 faktor dengan 2 taraf untuk faktor A dan 3 taraf untuk faktor B



Tujuan percobaan faktorial

13

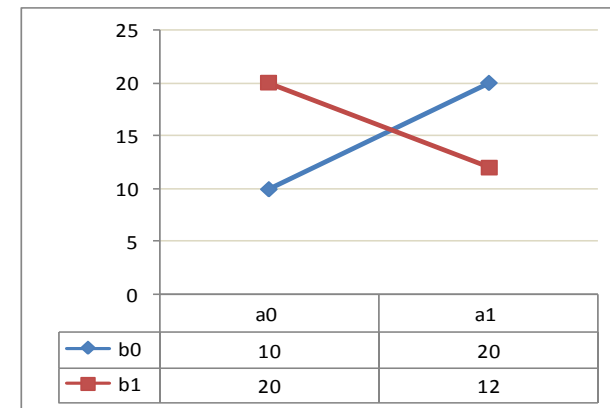
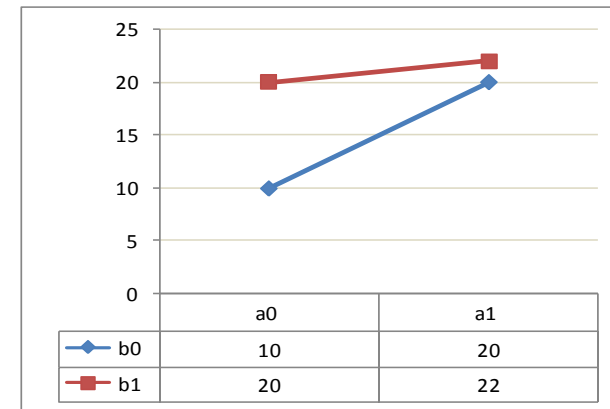
- Tujuan dari percobaan faktorial adalah untuk melihat **interaksi** antara faktor yang kita cobakan.
 - ▣ Adakalanya kedua faktor saling **sinergi** terhadap respons (positif), namun adakalanya juga keberadaan salah satu faktor justru **menghambat** kinerja dari faktor lain (negatif).
 - ▣ Adanya kedua mekanisme tersebut cenderung meningkatkan pengaruh interaksi antar ke dua faktor.



Pengertian Interaksi

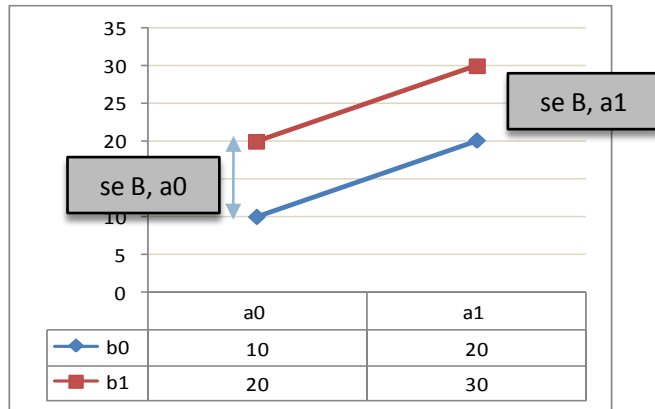
14

- **Interaksi** mengukur kegagalan dari pengaruh salah satu faktor untuk tetap sama pada setiap taraf faktor lainnya atau secara sederhana, Interaksi antara faktor adalah apakah pengaruh dari faktor tertentu tergantung pada taraf faktor lainnya?

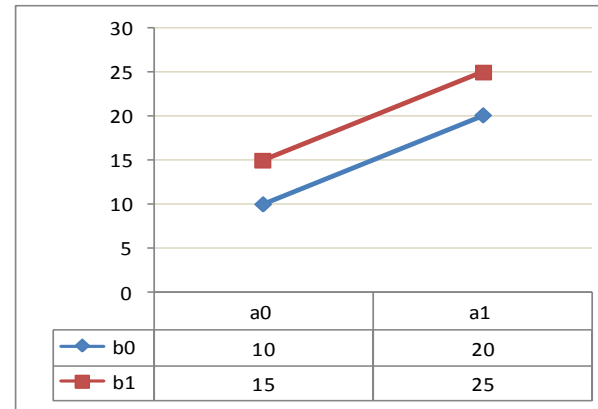


Pengaruh interaksi

15

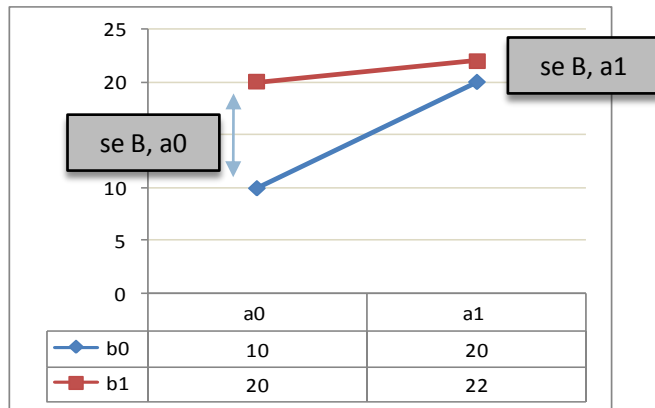


me B tinggi, tidak ada interaksi

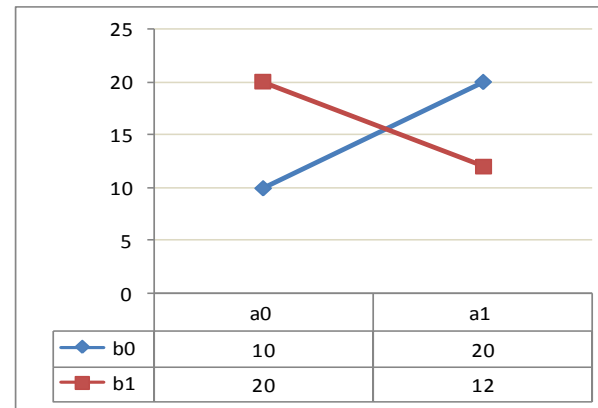


me B rendah, tidak ada interaksi

Pengaruh sederhana B sama pada setiap taraf A maka kedua faktor tersebut saling bebas (*independent*) dan dikatakan tidak ada interaksi



Interaksi dapat disebabkan karena **perbedaan gradien** dari respons



Interaksi dapat disebabkan karena **perbedaan arah** dari respons

Pengaruh sederhana B berbeda pada setiap taraf A sehingga kedua faktor tersebut tidak saling bebas (*dependent*) dan dikatakan terjadi interaksi



Pengaruh sederhana (*single effect, se*)

16

Fosfor (P)	Nitrogen (N)		Rataan P	Pengaruh sederhana N n1-n0
	n0	n1		
p0	40	48	44	8 (se N, p0)
p1	42	51	46.5	9 (se N, p1)
Rataan N	41	49.5	45.25	8.5 (me N)
Pengaruh sederhana P (p1-p0)	2 (se P, n0)	3 (se P, n1)	2.5 (me P)	

$$\begin{aligned}
 \text{se P pada } n0 &= p1n0 - p0n0 \\
 &= 42 - 40 \\
 &= 2 \\
 \text{se P pada } n1 &= p1n1 - p0n1 \\
 &= 51 - 48 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{se N pada } p0 &= n1p0 - n0p0 \\
 &= 48 - 40 \\
 &= 8 \\
 \text{se N pada } p1 &= n1p1 - n0p1 \\
 &= 51 - 42 \\
 &= 9
 \end{aligned}$$



Pengaruh Utama (*main effect, me*)

17

Fosfor (P)	Nitrogen (N)		Rataan P	Pengaruh sederhana N n1-n0
	n0	n1		
p0	40	48	44	8 (se N, p0)
p1	42	51	46.5	9 (se N, p1)
Rataan N	41	49.5	45.25	8.5 (me N)
Pengaruh sederhana P (p1-p0)	2 (se P, n0)	3 (se P, n1)	2.5 (me P)	

$$\begin{aligned}
 me P &= \frac{1}{2} (se P \text{ pada } n0 + se P \text{ pada } n1) \\
 &= \frac{1}{2} (p1n0 - p0n0) + (p1n1 - p0n1) \\
 &= \frac{1}{2} (42 - 40) + (51 - 48) \\
 &= \frac{1}{2} (2) + (3) \\
 &= 2.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 me N &= \frac{1}{2} (se N \text{ pada } p0 + se N \text{ pada } p1) \\
 &= \frac{1}{2} (n1p0 - n0p0) + (n1p1 - n0p1) \\
 &= \frac{1}{2} (48 - 40) + (51 - 42) \\
 &= \frac{1}{2} (8) + (9) \\
 &= 8.5
 \end{aligned}$$



Pengaruh Interaksi

18

Fosfor (P)	Nitrogen (N)		Rataan P	Pengaruh sederhana N n1-n0
	n0	n1		
p0	40	48	44	8 (se N, p0)
p1	42	51	46.5	9 (se N, p1)
Rataan N	41	49.5	45.25	8.5 (me N)
Pengaruh sederhana P (p1-p0)	2 (se P, n0)	3 (se P, n1)	2.5 (me P)	

$$\begin{aligned}
 \text{Interaksi } N \times P &= \frac{1}{2} [(n1p0 - n0p0) - (n1p1 - n0p1)] \\
 &= \frac{1}{2} (48 - 40) - (51 - 42) \\
 &= \frac{1}{2} (8) - (9) \\
 &= -0.5
 \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [(p1n0 - p0n0) - (p1n1 - p0n1)] \\
 &= \frac{1}{2} (2) - (3) \\
 &= -0.5
 \end{aligned}$$



Keuntungan Faktorial

19

- **Lebih efisien** dalam menggunakan sumber-sumber yang ada
- Informasi yang diperoleh **lebih komprehensif** karena kita bisa mempelajari pengaruh utama dan interaksi
- Hasil percobaan **dapat diterapkan** dalam suatu kondisi yang **lebih luas** karena kita mempelajari kombinasi dari berbagai faktor



Kerugian Faktorial:

20

- Analisis Statistika menjadi **lebih kompleks**
- Terdapat **kesulitan** dalam menyediakan **satuan percobaan** yang relatif **homogen**
- pengaruh dari kombinasi perlakuan tertentu mungkin tidak berarti apa-apa sehingga terjadi **pemborosan sumberdaya** yang ada



Percobaan Faktorial

21

- Percobaan Faktorial bisa menggunakan rancangan dasar:
 - RAL
 - RAK
 - RBSL



Contoh Kasus:

22

- Peneliti ingin meneliti bagaimana pengaruh pemberian pupuk **nitrogen** dan **fosfor** terhadap hasil **padi**.
 - ▣ Rancangan Respons
 - ▣ Rancangan Perlakuan
 - ▣ Rancangan Lingkungan
 - ▣ Rancangan Analisis

Contoh Kasus...:

23

- Rancangan Respons:
 - ▣ Hasil Padi
- Rancangan Perlakuan:
 - ▣ Dosis Pupuk Nitrogen (N) tiga taraf:
 - 0, 50, 100 kg/ha
 - ▣ Dosis Pupuk Fosfor (P) tiga taraf:
 - 0, 20, 40 kg/ha
 - ▣ Perlakuan dirancang secara Faktorial dan diulang 3 kali

Fosfor (P)	Nitrogen (N)		
	0 (n_0)	50 (n_1)	100 (n_2)
0 (p_0)	p_0n_0	p_0n_1	p_0n_2
20 (p_1)	p_1n_0	p_1n_1	p_1n_2
40 (p_2)	p_2n_0	p_2n_1	p_2n_2

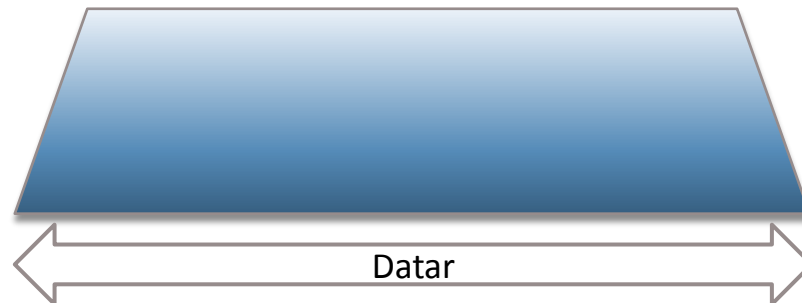


Contoh Kasus- Rancangan Lingkungan:

24

□ RAL:

- Apabila lingkungan homogen (status kesuburan tanah homogen), maka rancangan lingkungan yang tepat adalah RAL



Kombinasi perlakuan ditempatkan secara acak dan bebas pada petak percobaan

□ RAK:

- Apabila kondisi lingkungan tidak homogen, misalnya ada perbedaan kesuburan tanah yang disebabkan oleh arah kemiringan, maka rancangan lingkungan yang tepat adalah RAK



Kelompok I	Kelompok II	Kelompok III
pengacakan untuk setiap kelompok harus dilakukan secara terpisah	pengacakan untuk setiap kelompok harus dilakukan secara terpisah	pengacakan untuk setiap kelompok harus dilakukan secara terpisah



25

Pengacakan dan Tata Letak

Pengacakan dan Tata Letak

26

- Pengacakan bisa dengan menggunakan Daftar Angka Acak, Undian, atau dengan perangkat komputer (*bisa dilihat kembali pada pembahasan RAL/RAK/RBSL satu faktor*).
- Cara pengacakan sama seperti rancangan acak lengkap.
 - ▣ Penempatan perlakuan-perlakuan yang merupakan **kombinasi dari taraf faktor** yang akan dicobakan dilakukan dengan cara yang sama seperti RAL/RAK/RBSL Faktor Tunggal.



Percobaan RAL Faktorial

27

- Perhatikan contoh kasus berikut.
 - ▣ Suatu percobaan ingin mempelajari pengaruh pemupukan Nitrogen dan Varietas terhadap hasil produksi yang dilaksanakan di Rumah Kaca.
 - Kondisi lingkungan diasumsikan homogen.
 - Faktor pemupukan terdiri dari 2 taraf, yaitu:
 - 0 kg N/ha (n_0) dan 60 kg N/ha (n_1).
 - Faktor Varietas terdiri dari dua taraf, yaitu:
 - Varietas IR-64 (v_1) dan Varietas S-969 (v_2).
 - Percobaan dirancang dengan menggunakan rancangan dasar RAL yang diulang 3 kali.
 - ▣ Percobaan tersebut merupakan percobaan RAL Faktorial 2^2 atau 2×2 sehingga terdapat 4 kombinasi perlakuan: n_0v_1 ; n_0v_2 ; n_1v_1 ; dan n_1v_2 . Karena diulang 3 kali, maka satuan percobaannya terdiri dari $4 \times 3 = 12$ satuan percobaan.



Pengacakan RAL Faktorial

28

Buat 12 petak (satuan percobaan) dan beri nomor (1 sampai 12). Langkah pengacakan sama dengan pengacakan pada RAL tunggal. Misal hasil pengacakan adalah sebagai berikut:

Angka acak menggunakan Fungsi: `=Rand()`

No	Perlakuan	Angka Acak
1	n0v1	0.167138785
2	n0v1	0.863527333
3	n0v1	0.675611118
4	n0v2	0.922498892
5	n0v2	0.886629578
6	n0v2	0.63588579
7	n1v1	0.199318073
8	n1v1	0.461569557
9	n1v1	0.548207546
10	n1v2	0.921512218
11	n1v2	0.573128588
12	n1v2	0.837972703

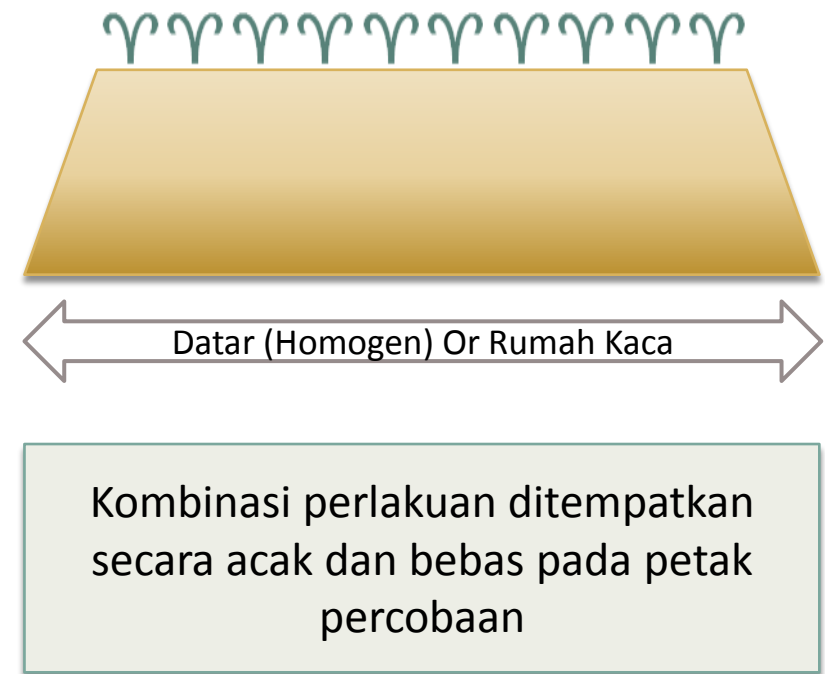
No	Perlakuan	Angka Acak
1	n1v1	0.091681218
2	n0v2	0.914347882
3	n0v1	0.79707974
4	n1v2	0.592654544
5	n1v1	0.387310571
6	n1v2	0.019345739
7	n1v2	0.927986886
8	n1v1	0.677181578
9	n0v1	0.691001087
10	n0v2	0.543837895
11	n0v2	0.834787755
12	n0v1	0.871548005

Denah RAL Faktorial

29

Berdasarkan hasil pengacakan tersebut, maka tata letak percobaan adalah sebagai berikut:

1 = n_1v_1	2 = n_0v_2	3 = n_0v_1	4 = n_1v_2
5 = n_1v_1	6 = n_1v_2	7 = n_1v_2	8 = n_1v_1
9 = n_0v_1	10 = n_0v_2	11 = n_0v_2	12 = n_0v_1



Percobaan RAK Faktorial

30

- Seandainya Percobaan RAL tadi (Pengaruh pemupukan Nitrogen dan Varietas terhadap hasil produksi) dilaksanakan di Lapangan yang kondisinya **tidak homogen**, RAK lebih tepat.
- Agar lebih bervariasi, misal taraf N dan P ditambah 1 taraf lagi, Jadi:
 - Faktor N, 3 taraf:
 - n_0, n_1, n_2
 - Faktor P, 3 taraf:
 - p_0, p_1, p_2
 - Di ulang 3 kali

Terdapat 9 kombinasi perlakuan

No	Perlakuan:
1	p_0n_0
2	p_1n_0
3	p_2n_0
4	p_0n_1
5	p_1n_1
6	p_2n_1
7	p_0n_2
8	p_1n_2
9	p_2n_2

Pengacakan RAK Faktorial

31

Buat layout percobaan di lapangan dan berikan nomor urut, seperti pada tabel berikut:

Kelompok I	Kelompok II	Kelompok III
1	10	19
2	11	20
3	12	21
4	13	22
5	14	23
6	15	24
7	16	25
8	17	26
9	18	27

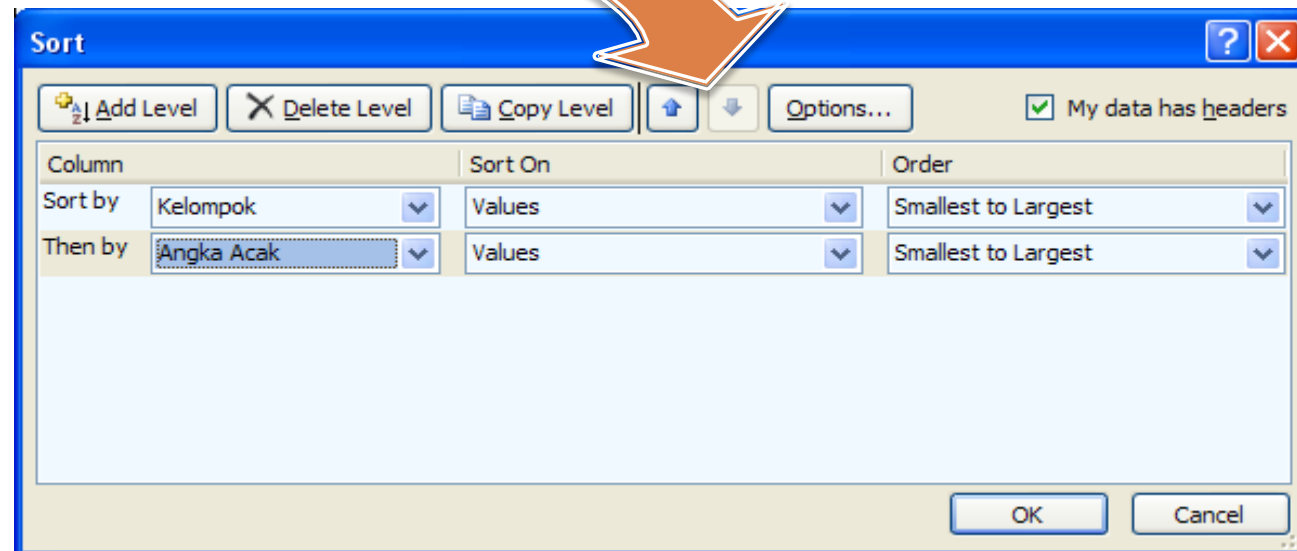
Pada RAKL pengacakan untuk setiap kelompok harus dilakukan secara bebas dan terpisah, namun dengan menggunakan MS Excel, proses pengacakan tersebut bisa dilakukan sekaligus, asalkan pengacakan digrupkan berdasarkan kelompok.

Pengacakan RAK Faktorial

32

No	Perlakuan: Kelompok Angka Acak		
1	p_0n_0	1	0.400866253
2	p_1n_0	1	0.225267052
3	p_2n_0	1	0.676648987
4	p_0n_1	1	0.499855624
5	p_1n_1	1	0.942251068
6	p_2n_1	1	0.713271144
7	p_0n_2	1	0.461061837
8	p_1n_2	1	0.752931689
9	p_2n_2	1	0.960874856
10	p_0n_0	2	0.596680285
11	p_1n_0	2	0.784444944
:	:	:	:
18	p_2n_2	2	0.053606407
19	p_0n_0	3	0.291669976
20	p_1n_0	3	0.114414929
:	:	:	:
24	p_2n_1	3	0.193720483
25	p_0n_2	3	0.493036997
26	p_1n_2	3	0.52952664
27	p_2n_2	3	0.008047124

- Buat tabel perlakuan untuk ketiga kelompok seperti pada tabel di samping
- Sorot (blok) mulai dari kolom perlakuan sampai angka acak
- **Sortasi** dengan urutan **kelompok** terlebih dahulu, baru angka acak, lihat Gambar berikut:



Pengacakan RAK Faktorial

33

No	Perlakuan:	Kelompok	Angka Acak
1	p_0n_0	1	0.400866253
2	p_1n_0	1	0.225267052
3	p_2n_0	1	0.676648987
4	p_0n_1	1	0.499855624
5	p_1n_1	1	0.942251068
6	p_2n_1	1	0.713271144
7	p_0n_2	1	0.461061837
8	p_1n_2	1	0.752931689
9	p_2n_2	1	0.960874856
10	p_0n_0	2	0.596680285
11	p_1n_0	2	0.784444944
12	p_2n_0	2	0.736424791
:	:	:	:
19	p_0n_0	3	0.291669976
20	p_1n_0	3	0.114414929
21	p_2n_0	3	0.02566074
22	p_0n_1	3	0.897063807
23	p_1n_1	3	0.234200996
24	p_2n_1	3	0.193720483
25	p_0n_2	3	0.493036997
26	p_1n_2	3	0.52952664
27	p_2n_2	3	0.008047124



No	Perlakuan:	Kelompok	Angka Acak
1	p_1n_0	1	0.225267052
2	p_0n_0	1	0.400866253
3	p_0n_2	1	0.461061837
4	p_0n_1	1	0.499855624
5	p_2n_0	1	0.676648987
6	p_2n_1	1	0.713271144
7	p_1n_2	1	0.752931689
8	p_1n_1	1	0.942251068
9	p_2n_2	1	0.960874856
10	p_2n_2	2	0.053606407
11	p_1n_1	2	0.130042695
12	p_0n_2	2	0.277955381
:	:	:	:
19	p_2n_2	3	0.008047124
20	p_2n_0	3	0.02566074
21	p_1n_0	3	0.114414929
22	p_2n_1	3	0.193720483
23	p_1n_1	3	0.234200996
24	p_0n_0	3	0.291669976
25	p_0n_2	3	0.493036997
26	p_1n_2	3	0.52952664
27	p_0n_1	3	0.897063807



Pengacakan RAK Faktorial

34

No	Perlakuan:	Kelompok	Angka Acak
1	p_1n_0	1	0.225267052
2	p_0n_0	1	0.400866253
3	p_0n_2	1	0.461061837
4	p_0n_1	1	0.499855624
5	p_2n_0	1	0.676648987
6	p_2n_1	1	0.713271144
7	p_1n_2	1	0.752931689
8	p_1n_1	1	0.942251068
9	p_2n_2	1	0.960874856
10	p_2n_2	2	0.053606407
11	p_1n_1	2	0.130042695
12	p_0n_2	2	0.277955381
18	p_1n_0	2	0.784444944
19	p_2n_2	3	0.008047124
20	p_2n_0	3	0.02566074
21	p_1n_0	3	0.114414929
22	p_2n_1	3	0.193720483
23	p_1n_1	3	0.234200996
24	p_0n_0	3	0.291669976
25	p_0n_2	3	0.493036997
26	p_1n_2	3	0.52952664
27	p_0n_1	3	0.897063807

Kelompok I	Kelompok II	Kelompok III
1	10	19
2	11	20
3	12	21
4	13	22
5	14	23
6		
7		
8		
9		

Kelompok I	Kelompok II	Kelompok III
p_1n_0	p_2n_2	p_2n_2
p_0n_0	p_1n_1	p_2n_0
p_0n_2	p_0n_2	p_1n_0
p_0n_1	p_0n_0	p_2n_1
p_2n_0	p_2n_1	p_1n_1
p_2n_1	p_2n_0	p_0n_0
p_1n_2	p_0n_1	p_0n_2
p_1n_1	p_1n_2	p_1n_2
p_2n_2	p_1n_0	p_0n_1

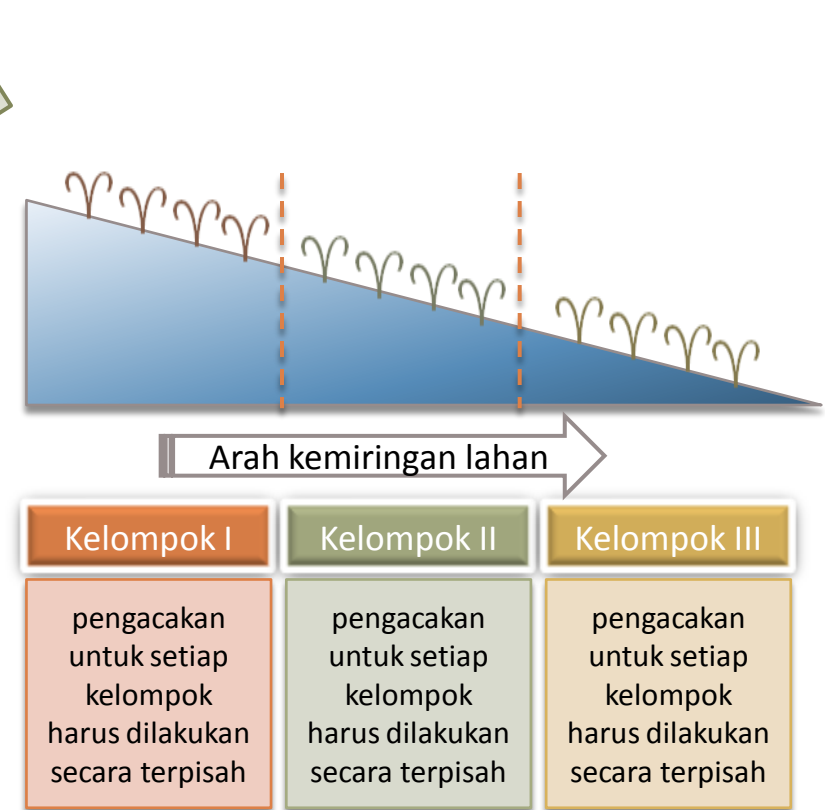


Denah Percobaan RAK Faktorial

35

Berdasarkan hasil pengacakan tersebut, maka tata letak percobaan adalah sebagai berikut:

Kelompok I	Kelompok II	Kelompok III
$p_1 n_0$	$p_2 n_2$	$p_2 n_2$
$p_0 n_0$	$p_1 n_1$	$p_2 n_0$
$p_0 n_2$	$p_0 n_2$	$p_1 n_0$
$p_0 n_1$	$p_0 n_0$	$p_2 n_1$
$p_2 n_0$	$p_2 n_1$	$p_1 n_1$
$p_2 n_1$	$p_2 n_0$	$p_0 n_0$
$p_1 n_2$	$p_0 n_1$	$p_0 n_2$
$p_1 n_1$	$p_1 n_2$	$p_1 n_2$
$p_2 n_2$	$p_1 n_0$	$p_0 n_1$



36

Model Linier dan Analisis Ragam

Model Linier RAL Faktorial:

37

Model linier aditif untuk rancangan faktorial dua faktor dengan rancangan lingkungannya RAL adalah sebagai berikut :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; c = 1, 2, \dots, r$$

- Y_{ijk} = pengamatan pada satuan percobaan ke-k yang memperoleh kombinasi perlakuan taraf ke-i dari faktor A dan taraf ke-j dari faktor B
- μ = mean populasi
- α_i = pengaruh taraf ke-i dari faktor A
- β_j = pengaruh taraf ke-j dari faktor B
- $(\alpha\beta)_{ij}$ = pengaruh taraf ke-i dari faktor A dan taraf ke-j dari faktor B
- ε_{ijk} = pengaruh acak dari satuan percobaan ke-k yang memperoleh kombinasi perlakuan ij. $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$.



Analisis Ragam RAL Faktorial

38

- **Model linier percobaan faktorial dengan rancangan dasar RAL adalah sebagai berikut:**

$$Y_{ijk} = Model + Galat$$

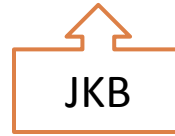
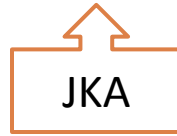
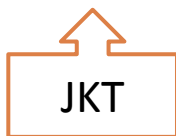
$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

$$Y_{ijk} = \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}) + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})$$

$$(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}) = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}) + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})$$

Apabila kedua ruas dikuadratkan:

$$(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2 + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2 + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$



Perhitungan Analisis Ragam RAL Faktorial

39

Definisi		Pengerjaan
FK		$\frac{Y_{...}^2}{abr}$
JKT	$\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2$	$\sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FK$
JK(A)	$\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2$	$\sum_i \frac{Y_{i..}^2}{br} - FK$
JK(B)	$\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{.j..} - \bar{Y}_{...})^2$	$\sum_j \frac{Y_{.j.}^2}{ar} - FK$
JK(AB)	$\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2$	$\sum_{i,j} \frac{Y_{ij.}^2}{r} - FK - JKA - JKB$
JKG	$\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$	JKT - JKA - JKB - JKAB



Tabel Analisis Ragam RAL Faktorial

40

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-hitung	F-tabel
Perlakuan	$ab-1$	JKP	KTP	KTP/KTG	$F_{(\alpha, db-P, db-G)}$
A	$a-1$	JK(A)	KT(A)	$KT(A)/KTG$	$F_{(\alpha, db-A, db-G)}$
B	$b-1$	JK(B)	KT(B)	$KT(B)/KTG$	$F_{(\alpha, db-B, db-G)}$
AB	$(a-1)(b-1)$	JK(AB)	KT(AB)	$KT(AB)/KTG$	$F_{(\alpha, db-AB, db-G)}$
Galat	$ab(r-1)$	JK(G)	KTG		
Total	$abr-1$	JKT			



Model Linier RAK Faktorial:

41

Model linier aditif untuk rancangan faktorial dua faktor:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, a; k = 1, 2, \dots, b$$

- Y_{ijk} = pengamatan pada satuan percobaan ke-i yang memperoleh kombinasi perlakuan taraf ke-j dari faktor A dan taraf ke-k dari faktor B
- μ = mean populasi
- ρ_k = pengaruh taraf ke-k dari faktor Kelompok
- α_i = pengaruh taraf ke-i dari faktor A
- β_j = pengaruh taraf ke-j dari faktor B
- $(\alpha\beta)_{ij}$ = pengaruh taraf ke-i dari faktor A dan taraf ke-j dari faktor B
- ε_{ijk} = pengaruh acak dari satuan percobaan ke-k yang memperoleh kombinasi perlakuan ij. $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$.

Analisis Ragam RAK Faktorial

42

- **Model linier percobaan faktorial dengan rancangan dasar RAK adalah sebagai berikut:**

$$Y_{ijk} = Model + Galat$$

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

$$Y_{ijk} = \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}) + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})$$

Apabila kedua ruas dikuadratkan:

$$(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2 + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2 + (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2 + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$

JKT

JKA

JKB

JKAB

JKR

JKG

Perhitungan Analisis Ragam RAK Faktorial

43

Definisi	Pengerjaan
FK	$\frac{Y_{...}^2}{abr}$
JKT $\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abr}$	$\sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FK$
JK(R) $\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r \frac{Y_{..k}^2}{ab} - \frac{Y_{...}^2}{abr}$	$\sum_k \frac{(r_k)^2}{ab} - FK$
JK(A) $\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r \frac{Y_{i..}^2}{br} - \frac{Y_{...}^2}{abr}$	$\sum_i \frac{Y_{i..}^2}{br} - FK = \frac{\sum_i (a_i)^2}{rb} - FK$



Perhitungan Analisis Ragam RAK Faktorial

44

Definisi	Pengerjaan
JK(B) $\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} \frac{Y_{.j.}^2}{ar} - \frac{Y_{...}^2}{abr}$	$\sum_j \frac{Y_{.j.}^2}{ar} - FK = \frac{\sum_j (b_j)^2}{ra} - FK$
JK(AB) $\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{..j.} + \bar{Y}_{...})^2$	$\sum_{i,j} \frac{Y_{ij.}^2}{r} - FK - JKA - JKB$ $= \frac{\sum_{i,j} (a_i b_j)^2}{r} - FK - JKA - JKB$
JKG $\sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{k=1} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$	JKT - JKK - JKA - JKB - JKAB



Tabel Analisis Ragam RAK Faktorial

45

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-hitung	F-tabel
Kelompok	$r-1$	JKK	KTK		
Perlakuan	$ab-1$	JKP	KTP	KTP/KTG	$F_{(\alpha, db-P, db-G)}$
A	$a-1$	JK(A)	KT(A)	KT(A)/KTG	$F_{(\alpha, db-A, db-G)}$
B	$b-1$	JK(B)	KT(B)	KT(B)/KTG	$F_{(\alpha, db-B, db-G)}$
AB	$(a-1)(b-1)$	JK(AB)	KT(AB)	KT(AB)/KTG	$F_{(\alpha, db-AB, db-G)}$
Galat	$ab(r-1)$	JK(G)	KTG		
Total	$abr-1$	JKT			



Hipotesis RAL/RAK:

46

Hipotesis:	Model Tetap (Model I)	Model Acak (Model II)
Pengaruh Interaksi AxB		
H_0	$(\alpha\beta)_{ij} = 0$ (tidak ada pengaruh interaksi terhadap respon yang diamati)	$\sigma^2_{\alpha\beta} = 0$ (tidak ada keragaman dalam populasi kombinasi perlakuan)
H_1	minimal ada sepasang (i,j) sehingga $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$ (ada pengaruh interaksi terhadap respon yang diamati)	$\sigma^2_{\alpha\beta} > 0$ (terdapat keragaman dalam populasi kombinasi perlakuan)
Pengaruh Utama Faktor A		
H_0	$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0$ (tidak ada perbedaan respon di antara taraf faktor A yang dicobakan)	$\sigma^2_{\alpha} = 0$ (tidak ada keragaman dalam populasi taraf faktor A)
H_1	minimal ada satu i sehingga $\alpha_i \neq 0$ (ada perbedaan respon di antara taraf faktor A yang dicobakan)	$\sigma^2_{\alpha} > 0$ (terdapat keragaman dalam populasi taraf faktor A)
Pengaruh Utama Faktor B		
H_0	$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$ (tidak ada perbedaan respon di antara taraf faktor B yang dicobakan)	$\sigma^2_{\beta} = 0$ (tidak ada keragaman dalam populasi taraf faktor B)
H_1	minimal ada satu j sehingga $\beta_j \neq 0$ (ada perbedaan respon diantara taraf faktor B yang dicobakan)	$\sigma^2_{\beta} > 0$ (terdapat keragaman dalam populasi taraf faktor B)



Galat Baku RAL/RAK

47

Galat baku diperlukan untuk perhitungan perbandingan rata-rata

Perbandingan dua rata-rata Faktor A:

$$SED = S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2KTG}{rb}}$$

Perbandingan dua rata-rata Faktor B:

$$SED = S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2KTG}{ra}}$$

Perbandingan interaksi dua rata-rata
Faktor AxB:

$$SED = S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2KTG}{r}}$$

48

Contoh Terapan RAL

Contoh Percobaan RAL:

49

Ada 3 jenis material untuk pembuatan baterai (A, B, C) dicobakan pada 3 temperatur (15°F, 70°F, 125°F). Dari percobaan tersebut ingin diketahui apakah jenis material dan suhu mempengaruhi daya tahan baterai? Apakah jenis material tertentu cocok untuk suhu tertentu? Dari percobaan tersebut diperoleh data daya tahan baterai sebagai berikut :

Material	Suhu		
	15	70	125
A	130	34	20
	74	80	82
	155	40	70
	180	75	58
B	150	136	25
	159	106	70
	188	122	58
	126	115	45
C	138	174	96
	168	150	82
	110	120	104
	160	139	60



Perhitungan:

50

Material (A)	Suhu (B)			Jumlah $Y_{i..}$
	15	70	125	
A	539	229	230	998
B	623	479	198	1300
C	576	583	342	1501
Jumlah ($Y_{.j}$)	1738	1291	770	$Y_{...} = 3799$

Langkah 1: Hitung Faktor Koreksi

$$FK = \frac{Y_{...}^2}{rab} = \frac{3799^2}{4 \times 3 \times 3} = 400900.028$$

Langkah 2: Hitung Jumlah Kuadrat Total

$$\begin{aligned}
 JKT &= \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FK \\
 &= (130^2 + 74^2 + \dots + 104^2 + 60^2) - 400900.028 \\
 &= 478547.000
 \end{aligned}$$



Perhitungan:

51

Material (A)	Suhu (B)			Jumlah $Y_{i..}$
	15	70	125	
A	539	229	230	998
B	623	479	198	1300
C	576	583	342	1501
Jumlah ($Y_{.j}$)	1738	1291	770	$Y_{...} = 3799$

Langkah 3: Hitung Jumlah Kuadrat Perlakuan

$$\begin{aligned}
 JKA &= \sum_i \frac{Y_{i..}^2}{rb} - FK \\
 &= \frac{(998^2 + 1300^2 + 1501^2)}{4 \times 3} - 400900.028 \\
 &= 10683.722
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKB &= \sum_j \frac{Y_{.j}^2}{ra} - FK \\
 &= \frac{(1738^2 + 1291^2 + 770^2)}{4 \times 3} - 400900.028 \\
 &= 39118.722
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(AB) &= \sum_{ij} \frac{Y_{ij}^2}{r} - FK - JKA - JKB \\
 &= \frac{(539^2 + 229^2 + \dots + 583^2 + 342^2)}{4} - 400900.028 - 10683.722 - 39118.722 \\
 &= 9613.778
 \end{aligned}$$



Perhitungan:

52

Langkah 4: Hitung Jumlah Kuadrat Galat

$$\begin{aligned} JKG &= JKT - JKA - JKB - JK(AB) \\ &= 18230.750 \end{aligned}$$

Langkah 5: Buat Tabel Analisis Ragam beserta Nilai F-tabelnya

Sumber Ragam	DB	JK	KT	F-hit	F prob	F .05	F .01
Material (A)	2	10683.7222	5341.86111	7.91 **	0.00197608	3.354	5.488
Suhu (B)	2	39118.7222	19559.3611	28.97 **	1.9086E-07	3.354	5.488
AxB	4	9613.77778	2403.44444	3.56 *	0.01861117	2.728	4.106
Galat	27	18230.75	675.212963	-			
Total	35	77646.9722					

Pengaruh interaksi antara material dan suhu nyata!
Nilai ($F_{\text{interaksi}} = 3.56$) > Nilai $F_{0.05(\text{db1}=4, \text{db2}=27)} = 2.728$



Langkah 6: Buat Kesimpulan

53

- Material (A)
 - Karena Fhitung (7.91) > 3.354 maka kita **tolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 95% (biasanya diberi satu buah tanda asterisk (*), yang menunjukkan berbeda nyata)
 - Karena Fhitung (7.91) > 5.488 maka kita **tolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 99% (biasanya diberi dua buah tanda asterisk (**), yang menunjukkan berbeda sangat nyata)

- Suhu (B)
 - Karena Fhitung (28.97) > 3.354 maka kita **tolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 95% (biasanya diberi satu buah tanda asterisk (*), yang menunjukkan berbeda nyata)
 - Karena Fhitung (28.97) > 5.488 maka kita **tolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 99% (biasanya diberi dua buah tanda asterisk (**), yang menunjukkan berbeda sangat nyata)

- Interaksi Material x Suhu (AxB)
 - Karena Fhitung (3.56) > 2.728 maka kita **tolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 95% (biasanya diberi satu buah tanda asterisk (*), yang menunjukkan berbeda nyata)
 - Karena Fhitung (3.56) \leq 4.106 maka kita **gagal untuk menolak $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$** pada taraf kepercayaan 99%

Langkah 6...

54

- Terlebih dahulu, kita **periksa** apakah **Pengaruh Interaksi** nyata atau tidak? **Apabila nyata**, selanjutnya periksalah pengaruh sederhana dari interaksi tersebut, dan **abaikan pengaruh mandirinya**, meskipun pengaruh mandiri tersebut signifikan! Mengapa?
- Nilai ($F_{\text{interaksi}} = 3.56$) $>$ Nilai $F_{0.05(\text{db1}=4, \text{db2}=27)} = 2.728$, sehingga pada taraf nyata $\alpha = 5\%$ kita dapat menyimpulkan bahwa pengaruh interaksi antara material dan suhu nyata.



Post-Hoc

55

- **Pengaruh interaksi** antara Material dan Suhu **nyata**, sehingga kita perlu melakukan **pengujian pengaruh-pengaruh sederhananya** yang merupakan konsekuensi logis dari model percobaan faktorial dalam penelitian. Hal ini dilakukan untuk mendapatkan **kesimpulan** yang lebih **komprehensif!**
- Pada pengujian lanjut ini, perbedaan diantara pasangan rata-rata perlakuan dilakukan dengan menggunakan **uji Duncan**.

Post-Hoc...

56

- **Langkah 1:** Hitung nilai wilayah nyata terpendek (R_p):
 - Tentukan nilai KTG dan derajat bebasnya yang diperoleh dari Tabel Analisis Ragam.
 - $KTG = 675.213$
 - $v = db = 27$
 - Tentukan nilai kritisnya dari tabel wilayah nyata student yang didasarkan pada derajat bebas galat dan banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan.
 - Ada tiga parameter yang dibutuhkan untuk menentukan nilai $r_{\alpha(p,db)}$, yaitu taraf nyata (α), p = banyaknya perlakuan yang akan dibandingkan, dan derajat bebas galat (db). Pada contoh ini, $p = 2, 3$, nilai $db = 27$ (lihat db galat pada tabel Analisis Ragamnya) dan $\alpha = 0.05$. Selanjutnya, tentukan nilai $r_{0.05(p, 27)}$.
 - Dari tabel kita dapatkan nilai nilai $r_{\alpha,p,v}$ yaitu 2.905 dan 3.050
 - Hitung wilayah nyata terpendek (R_p)...



Penentuan nilai tabel wilayah nyata duncan

57

Critical Points for Duncan's Multiple Range Statistic -- ALPHA = 0.05

derajat bebas (v)	$r_{0.05(p, \nu)}$		4	5	6	7	...	20
1	18.00	18.00	18.00	18.00	18.00	18.00		18.00
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09		6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50		4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02		4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83		3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68		3.68
7	3.35	3.47	3.5					3.61
8	3.26	3.39	3.4					3.56
9	3.20	3.34	3.4					3.52
10	3.15	3.30	3.3					3.48
...								
20	2.95	3.10	3.1					3.47
22	2.93	3.08	3.1					3.47
24	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31		3.47
26	2.91	3.06	3.14	3.21	3.27	3.30		3.47
28	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30		3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29		3.47
...								
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24		3.47
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22		3.47
inf	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19		3.47

Nilai $r_{0.05(p, 27)}$
 $p = 2 : r_{0.05(2, 27)} = 2.905$
 $p = 3 : r_{0.05(3, 27)} = 3.050$

Untuk mencari nilai $r_{0.05(p, 27)}$ kita dapat melihatnya pada tabel **Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test** pada taraf nyata $\alpha = 0.05$ dengan $p = 2, 3$ dan derajat bebas $(v) = 27$.
 Dari tabel derajat bebas $(v) = 27$ tidak ada. Nilai tersebut berada dikisaran $v = 26$ dan $v = 28$. Nilai dicari dengan interpolasi!



Post-Hoc...

58

Hitung wilayah nyata terpendek (R_p):

$$s_{\bar{Y}} = \sqrt{\frac{KTG}{r}}$$

$$= \sqrt{\frac{675.213}{4}} = 12.992$$

Hitung Nilai R_p :

p	2	3
$s_{\bar{Y}}$	12.992	12.992
$r_{\alpha,p,v}$	2.9050	3.0500
$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{Y}}$	37.742	39.626

Langkah 2: Urutkan tabel rata-rata perlakuan dari kecil ke besar atau sebaliknya. Pada contoh ini, rata-rata perlakuan diurutkan dari kecil ke besar

Perbedaan dua rata-rata Material

59

- Perbedaan dua rata-rata Material pada taraf suhu yang sama:
 - ▣ Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Material pada suhu 15 °C:

Material	Rata-rata	A	C	B	Notasi
A	134.75	0.00			a
C	144.00	9.25 ^{(2) tn}	0.00		a
B	155.75	21.00 ^{(3) tn}	11.75 ^{(2) tn}	0.00	a

p	2	3
$s_{\bar{y}}$	12.992	12.992
$r_{\alpha,p,v}$	2.9050	3.0500
$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{y}}$	37.742	39.626



Perbedaan dua rata-rata Material

60

Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Material pada suhu 70 °C:

p	2	3
$s_{\bar{y}}$	12.992	12.992
$r_{\alpha,p,v}$	2.9050	3.0500
$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{y}}$	37.742	39.626

Material	Rata-rata	A	B	C	Notasi
		57.25	119.75	145.75	
A	57.25	0.00			a
B	119.75	62.50 ^{(2)*}	0.00		b
C	145.75	88.50 ^{(3)*}	26.00 ^{(2)tn}	0.00	b

Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Material pada suhu 115 °C:

Material	Rata-rata	B	A	C	Notasi
		49.50	57.50	85.50	
B	49.50	0.00			a
A	57.50	8.00 ^{(2)tn}	0.00		a
C	85.50	36.00 ^{(3)tn}	28.00 ^{(2)tn}	0.00	a



Perbedaan dua rata-rata Suhu

61

- Perbedaan dua rata-rata Suhu pada taraf Material yang sama:
 - ▣ Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Suhu pada Material A:

		70	125	15	Notasi
Suhu	Rata-rata	57.25	57.50	134.75	
70	57.25	0.00			a
125	57.50	0.25 (2) tn	0.00		a
15	134.75	77.50 (3) *	77.25 (2) *	0.00	b

p	2	3
$s_{\bar{Y}}$	12.992	12.992
$r_{\alpha,p,v}$	2.9050	3.0500
$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{Y}}$	37.742	39.626



Perbedaan dua rata-rata Suhu

62

Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Suhu pada Material B:

p	2	3
$s_{\bar{y}}$	12.992	12.992
$r_{\alpha,p,v}$	2.9050	3.0500
$R_p = r_{\alpha,p,v} s_{\bar{y}}$	37.742	39.626

Suhu	Rata-rata	125 49.50	70 119.75	15 155.75	Notasi
125	49.50	0.00			a
70	119.75	70.25 ^{(2)*}	0.00		b
15	155.75	106.25 ^{(3)*}	36.00 ^{(2)tn}	0.00	b

Pengujian pengaruh sederhana perbedaan dua rata-rata Suhu pada Material C:

Suhu	Rata-rata	125 85.50	15 144.00	70 145.75	Notasi
125	85.50	0.00			a
15	144.00	58.50 ^{(2)*}	0.00		b
70	145.75	60.25 ^{(3)*}	1.75 ^{(2)tn}	0.00	b



Tabel Dwi Arah (pengaruh sederhana)

63

Penyajian pengujian pengaruh sederhana pada percobaan tersebut dapat diringkas dalam bentuk tabel dua arah seperti tampak pada tabel berikut:

Suhu (S)	Material (M)		
	A	B	C
15	134.750 b A	155.750 b A	144.000 b A
70	57.250 a A	119.750 b B	145.750 b B
125	57.500 a A	49.500 a A	85.500 a A

Keterangan: Angka yang diikuti huruf yang sama tidak berbeda nyata menurut uji Duncan pada taraf nyata 5%. Huruf kecil dibaca arah vertikal (kolom) dan huruf kapital dibaca arah horisontal (baris)



Post-Hoc...

64

Pengaruh Interaksi:

No	Material	Suhu	Rata-rata
1	A	15	134.75
2	A	70	57.25
3	A	125	57.50
4	B	15	155.75
5	B	70	119.75
6	B	125	49.50
7	C	15	144.00
8	C	70	145.75
9	C	125	85.50

Pengaruh Interaksi:
 Apabila kombinasi perlakuan material dan suhu dianggap sebagai faktor tunggal, didapat 9 perlakuan.
 $t_1 = A15$ (Material A dan Suhu 15°C)
 $t_2 = A70$ dst...

Pembandingan (Duncan)

	2	3	4	5	6	7	8	9
Sy	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99
rp	2.91	3.05	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34	3.36
RP	37.74	39.63	40.73	41.64	42.42	42.87	43.33	43.59



Post-Hoc...

65

Pembandingan (Duncan)

	2	3	4	5	6	7	8	9
Sy	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99	12.99
rp	2.91	3.05	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34	3.36
RP	37.74	39.63	40.73	41.64	42.42	42.87	43.33	43.59

Tabel Matriks selisih perbedaan pasangan rata-rata AxB (setelah diurutkan dalam urutan menaik)

No	M	S	Rataan	6	2	3	9	5	1	7	8	4	
6	B	125	49.50	0.00								a	
2	A	70	57.25	7.75	0.00							a	
3	A	125	57.50	8.00	0.25	0.00						a	
9	C	125	85.50	36.00	28.25	28.00	0.00					ab	
5	B	70	119.75	70.25 *	62.50 *	62.25 *	34.25	0.00				bc	
1	A	15	134.75	85.25 *	77.50 *	77.25 *	49.25 *	15.00	0.00			c	
7	C	15	144.00	94.50 *	86.75 *	86.50 *	58.50 *	24.25	9.25	0.00		c	
8	C	70	145.75	96.25 *	88.50 *	88.25 *	60.25 *	26.00	11.00	1.75	0.00	c	
4	B	15	155.75	106.25 *	98.50 *	98.25 *	70.25 *	36.00	21.00	11.75	10.00	0.00	c

Keterangan: Bandingkan selisih pasangan dua rata-rata dengan nilai pembandingan yang sesuai berdasarkan peringkat jarak diantara kedua rata-rata (pada contoh di atas, untuk memudahkan pemahaman pembandingan selisih rata-rata dengan peringkat yang sesuai ditandai dengan kode warna yang sama antara selisih dan pembandingan)



Post-Hoc...

66

Penyajian pengujian pengaruh interaksi AxB pada percobaan tersebut dapat diringkas dalam bentuk tabel dua arah seperti tampak pada tabel berikut:

Suhu (S)	Material (M)		
	A	B	C
15	134.750 c	155.750 c	144.000 c
70	57.250 a	119.750 bc	145.750 c
125	57.500 a	49.500 a	85.500 ab

67

Contoh RAK Faktorial

Contoh RAK Faktorial (1)

68

Olah Tanah (A)	Pupuk Organik (B)	Kelompok (K)			Grand Total ΣAB
		1	2	3	
1	0	154	151	165	470
	10	166	166	160	492
	20	177	178	176	531
	30	193	189	200	582
2	0	143	147	139	429
	10	149	156	171	476
	20	160	164	136	460
	30	190	166	169	525
3	0	139	134	145	418
	10	162	147	166	475
	20	181	161	149	491
	30	161	172	182	515
Grand Total	ΣK	1975	1931	1958	5864

Percobaan Pengaruh
 Pengolahan Tanah
 dan Pupuk Organik
 terhadap Indeks
 Stabilitas Agregat



Perhitungan Analisis Ragam RAK

69

$$FK = \frac{Y_{...}^2}{abr} = \frac{(5864)^2}{3 \times 4 \times 3} = 955180.44$$

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FK \\ &= (154)^2 + (151)^2 + \dots + (182)^2 - 955180.44 \\ &= 9821.56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKR &= \frac{\sum_k (r_k)^2}{ab} - FK \\ &= \frac{(1975)^2 + (1931)^2 + (1958)^2}{3 \times 4} - 955180.44 \\ &= 82.06 \end{aligned}$$



Perhitungan Analisis Ragam RAK

70

Olah Tanah (A)	Pupuk Organik (B)				$\Sigma A = Y_{i..}$
	0	10	20	30	
1	470	492	531	582	2075
2	429	476	460	525	1890
3	418	475	491	515	1899
$\Sigma B = Y_{.j}$	1317	1443	1482	1622	5864

$$JKA = \frac{\sum (a_i)^2}{rb} - FK$$

$$= \frac{(2075)^2 + (1890)^2 + (1899)^2}{3 \times 4} - 955180.444 = 1813.39$$

$$JKB = \frac{\sum (b_j)^2}{ra} - FK$$

$$= \frac{(1317)^2 + (1443)^2 + (1482)^2 + (1622)^2}{3 \times 3} - 955180.44 = 5258.00$$



Perhitungan Analisis Ragam RAK

71

$$\begin{aligned} JK(AB) &= \frac{\sum_{i,j} (a_i b_j)^2}{r} - FK - JKA - JKB \\ &= \frac{(470)^2 + (492)^2 + \dots + (491)^2 + (515)^2}{3} - 955180.44 - 1813.39 - 5258.00 \\ &= 463.50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKG &= JKT - JKK - JKA - JKB - JK(AB) \\ &= 9821.56 - 82.06 - 1813.39 - 5258.00 - 463.50 \\ &= 2204.61 \end{aligned}$$



Perhitungan Analisis Ragam RAK

72

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-hitung	F0.05	F0.01
Kelompok (R)	$r-1 = 2$	82.06	41.0277778	0.41 tn	3.443	5.719
Perlakuan						
A	$a-1 = 2$	1813.39	906.6944444	9.05 **	3.443	5.719
B	$b-1 = 3$	5258.00	1752.666667	17.49 **	3.049	4.817
AB	$(a-1)(b-1) = 6$	463.50	77.25	0.77 tn	2.549	3.758
Galat	$ab(r-1) = 22$	2204.61	100.209596	-		
Total	$abr-1 = 35$	9821.56				

$$F_{(0.05,2,22)} = 3.443$$

$$F_{(0.01,2,22)} = 5.719$$

$$F_{(0.05,3,22)} = 3.049$$

$$F_{(0.01,3,22)} = 4.817$$

$$F_{(0.05,6,22)} = 2.549$$

$$F_{(0.01,6,22)} = 3.758$$

Pada taraf kepercayaan 95%:

- Pengaruh Interaksi: tidak signifikan (Fhitung (0.77) \leq 2.549)
- Pengaruh Faktor A: signifikan (Fhitung (9.05) $>$ 3.443)
- Pengaruh Faktor B: signifikan (Fhitung (17.49) $>$ 3.049)



Post-Hoc

73

- Berdasarkan analisis ragam, pengaruh interaksi antara Faktor A dan Faktor B tidak nyata, sedangkan kedua pengaruh utamanya nyata sehingga **pengujian lanjut** hanya dilakukan terhadap **pengaruh utama** dari kedua faktor yang kita cobakan.

Pengaruh Utama Pengolahan Tanah (A)

$$LSD = t_{\alpha/2;db} \sqrt{\frac{2KTG}{rb}}$$

$$\begin{aligned} LSD &= t_{\alpha/2;db} \sqrt{\frac{2KTG}{rb}} \\ &= t_{0.05/2;22} \sqrt{\frac{2(100.21)}{3 \times 4}} \\ &= 2.074 \times 4.087 \\ &= 8.475 \end{aligned}$$

Pengaruh Utama Pengolahan Tanah (A)

74

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	172.92
2	157.50
3	158.25

Nilai rata-rata diurutkan

Olah Tanah (O)	Rata-rata
2	157.50
3	158.25
1	172.92

LSD = 8.475

Olah Tanah (O)	Rata-rata	2	3	1	
2	157.50	0.00			a
3	158.25	0.75	0.00		a
1	172.92	15.42*	14.67*	0.00	b

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	172.92 b
2	157.50 a
3	158.25 a

Bandingkan selisih rata-rata dengan nilai LSD

Urutan dikembalikan sesuai dengan urutan perlakuan



Pengaruh Utama Pupuk Organik (B)

75

$$LSD = t_{\alpha/2; db} \sqrt{\frac{2KTG}{ra}}$$

$$\begin{aligned} LSD &= t_{\alpha/2; db} \sqrt{\frac{2KTG}{ra}} \\ &= t_{0.05/2; 22} \sqrt{\frac{2(100.21)}{3 \times 3}} \\ &= 2.074 \times 4.719 \\ &= 9.787 \end{aligned}$$



Nilai rata-rata diurutkan (Sudah terurut)

Pupuk Organik (P)	Rata-rata
0	146.33
10	160.33
20	164.67
30	180.22

LSD = 9.787



Pupuk Organik (P)	0	10	20	30		
Rata-rata	146.33	160.33	164.67	180.22		
0	146.33	0.00			a	
10	160.33	14.00*	0.00		b	
20	164.67	18.33*	4.33	0.00	b	
30	180.22	33.89*	19.89*	15.56*	0.00	c

Pupuk Organik (P)	Rata-rata
0	146.33 a
10	160.33 b
20	164.67 b
30	180.22 c



Contoh RAK Faktorial (2):

76

- Diberikan data sebagai berikut:

A	B	Kelompok				Y _{ij} .
		1	2	3	4	
a0	b0	12	15	14	13	54
a0	b1	19	22	23	21	85
a1	b0	29	27	33	30	119
a1	b1	32	35	38	37	142
Y _{..k}		92	99	108	101	Y... = 400

$$FK = \frac{Y_{...}^2}{abr} = \frac{(400)^2}{2 \times 2 \times 4} = 10000$$

Perhitungan Analisis Ragam:

77

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FK \\ &= (12)^2 + (15)^2 + \dots + (37)^2 - 10000 \\ &= 1170 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKR &= \frac{\sum (r_k)^2}{ab} - FK \\ &= \frac{(92)^2 + (99)^2 + (108)^2 + (101)^2}{2 \times 2} - 10000 \\ &= 32.5 \end{aligned}$$



Perhitungan Analisis Ragam:

78

	a0	a1	$\Sigma B = Y.j.$
b0	54	119	173
b1	85	142	227
$\Sigma A = Y_i..$	139	261	400

$$\begin{aligned} JKA &= \frac{\sum_i (a_i)^2}{rb} - FK \\ &= \frac{(139)^2 + (261)^2}{4 \times 2} - 10000 \\ &= 930.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKB &= \frac{\sum_j (b_j)^2}{ra} - FK \\ &= \frac{(173)^2 + (227)^2}{4 \times 2} - 10000 \\ &= 182.25 \end{aligned}$$



Perhitungan Analisis Ragam:

79

	a0	a1	$\Sigma B = Y_{.j}$
b0	54	119	173
b1	85	142	227
$\Sigma A = Y_{i..}$	139	261	400

$$\begin{aligned}
 JK(AB) &= \frac{\sum_{i,j} (a_i b_j)^2}{r} - FK - JKA - JKB \\
 &= \frac{(54)^2 + (85)^2 + (119)^2 + (142)^2}{4} - 10000 - 930.25 - 182.25 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKG &= JKT - JKK - JKA - JKB - JK(AB) \\
 &= 1170 - 32.5 - 930.25 - 182.25 - 4 \\
 &= 21
 \end{aligned}$$

Catatan:

$$JKP = JKA + JKB + JK(AB)$$



Tabel Analisis Ragam:

80

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-hitung	$F_{0.05}$	$F_{0.01}$
Kelompok (R)	$r-1 = 3$	32.5	10.833	4.64*	3.86	6.99
Perlakuan						
A	$a-1 = 1$	930.25	930.25	398.679**	5.11	10.56
B	$b-1 = 1$	182.25	182.25	78.107**	5.11	10.56
AB	$(a-1)(b-1) = 1$	4	4	1.714	5.11	10.56
Galat	$ab(r-1) = 9$	21	2.33			
Total	$abr-1 = 15$	1170				

Pada taraf kepercayaan 95%:

Pengaruh Interaksi: tidak signifikan (Fhitung (1.714) \leq 5.11)
Pengaruh Faktor A: signifikan (Fhitung (398.68) $>$ 5.11)
Pengaruh Faktor B: signifikan (Fhitung (78.107) $>$ 5.11)



Contoh RAK Faktorial (3)

81

Olah Tanah (A)	Pupuk Organik (B)	Kelompok (K)			Grand Total ΣAB
		1	2	3	
1	0	4.7	4.9	4.7	14.3
	10	5.5	5.6	5.4	16.5
	20	5.3	6.1	5.6	17.0
	30	6.1	6.1	5.9	18.1
2	0	5.1	5.2	5.0	15.3
	10	5.3	5.6	5.5	16.4
	20	5.9	5.7	5.4	17.0
	30	5.5	5.7	5.8	17.0
3	0	5.1	5.2	5.2	15.5
	10	5.4	5.3	5.5	16.2
	20	5.3	5.4	5.8	16.5
	30	6.2	6.2	6.1	18.5
Grand Total	ΣK	65.40	67.00	65.90	198.30

Percobaan Pengaruh
Pengolahan Tanah
dan Pupuk Organik
terhadap pH H₂O



Perhitungan Analisis Ragam RAK

82

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-hitung	F0.05	F0.01
Kelompok (R)	$r-1 = 2$	0.11166667	0.05583333	1.75 tn	3.44	5.72
Perlakuan						
A	$a-1 = 2$	0.04666667	0.02333333	0.73 tn	3.44	5.72
B	$b-1 = 3$	4.14527778	1.38175926	43.32 **	3.05	4.82
AB	$(a-1)(b-1) = 6$	0.70222222	0.11703704	3.67 *	2.55	3.76
Galat	$ab(r-1) = 22$	0.70166667	0.03189394	-		
Total	$abr-1 = 35$	5.7075				

$$F_{(0.05,2,22)} = 3.443$$

$$F_{(0.01,2,22)} = 5.719$$

$$F_{(0.05,3,22)} = 3.049$$

$$F_{(0.01,3,22)} = 4.817$$

$$F_{(0.05,6,22)} = 2.549$$

$$F_{(0.01,6,22)} = 3.758$$

Pada taraf kepercayaan 95%:

- **Pengaruh Interaksi: signifikan** (Fhitung (3.67) > 2.549)
- **Pengaruh Faktor A: tidak signifikan** (Fhitung (0.73) ≤ 3.443)
- **Pengaruh Faktor B: signifikan** (Fhitung (43.32) > 3.443)



Post-Hoc

83

- Berdasarkan analisis ragam, **pengaruh interaksi** antara Faktor A dan Faktor B **nyata**, sehingga dilanjutkan dengan **pemeriksaan pengaruh sederhana** interaksi AB.
- **Pengaruh utamanya diabaikan** meskipun signifikan!

Pengaruh Sederhana Interaksi AB

$$LSD = t_{\alpha/2; db} \sqrt{\frac{2KTG}{r}}$$

$$\begin{aligned} LSD &= t_{\alpha/2; db} \sqrt{\frac{2KTG}{r}} \\ &= t_{0.05/2; 22} \sqrt{\frac{2(0.03189)}{3}} \\ &= 2.074 \times 0.14582 \\ &= 0.3024 \end{aligned}$$



Perbandingan dua rata-rata Olah Tanah

84

LSD = 0.3024

Pada taraf Pupuk Organik 0 (p_0)

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	4.77 a
2	5.10 b
3	5.17 b

Pada taraf Pupuk Organik 10 (p_1)

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	5.50 a
2	5.47 a
3	5.40 a

Pada taraf Pupuk Organik 20 (p_2)

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	5.67 a
2	5.67 a
3	5.50 a

Pada taraf Pupuk Organik 30 (p_3)

Olah Tanah (O)	Rata-rata
1	6.03 b
2	5.67 a
3	6.17 b

Langkah-langkah dalam penentuan indeks huruf (notasi) bisa dilihat dalam contoh RAL Faktorial



Perbandingan dua rata-rata Pupuk Organik

85

LSD = 0.3024

Pada taraf Olah Tanah (O_1)

Pupuk Organik (P)	Rata-rata
1	4.77 (a)
2	5.50 (b)
3	5.67 (b)
4	6.03 (c)

Pada taraf Olah Tanah (O_3)

Pupuk Organik (P)	Rata-rata
1	5.17 (a)
2	5.40 (ab)
3	5.50 (b)
4	6.17 (c)

Pada taraf Olah Tanah (O_2)

Pupuk Organik (P)	Rata-rata
1	5.10 (a)
2	5.47 (b)
3	5.67 (b)
4	5.67 (b)

Langkah-langkah dalam penentuan indeks huruf (notasi) bisa dilihat dalam contoh RAL Faktorial



Tabel Dwi arah A x B

86

Perbandingan:	SED	BNT 5%
2-rataan O	0.145817099	0.3024
2-rataan P	0.145817099	0.3024

Olah Tanah (O)	Pupuk Organik (P)			
	0	10	20	30
1	4.77 a (a)	5.50 a (b)	5.67 a (b)	6.03 b (c)
2	5.10 b (a)	5.47 a (b)	5.67 a (b)	5.67 a (b)
3	5.17 b (a)	5.40 a (ab)	5.50 a (b)	6.17 b (c)

Keterangan:

Huruf dalam kurung dibaca arah horizontal, membandingkan antara 2 P pada O yang sama

Huruf kecil tanpa kurung dibaca arah vertikal, membandingkan antara 2 O pada P yang sama

